

ПАРАДОКСЫ ГОЛОСОВАНИЯ

к.т.н. В.И. Вольский

**НИУ Высшая школа экономики
Институт проблем управления РАН**

**Всегда ли правило «Относительное большинство голосов»
приводит к приемлемому результату?**

(победитель – кандидат, набравший наибольшее число голосов)

Совет директоров компании выбирает Генерального директора компании

12 избирателей, 3 кандидата – Иванов, Петров, Сидоров

	5 избирателей	4 избирателя	3 избирателя
Очень хороший	Иванов	Петров	Сидоров
Хороший	Петров	Сидоров	Петров
Абсолютно непригоден	Сидоров	Иванов	Иванов

**Всегда ли правило «Абсолютное большинство голосов»
приводит к приемлемому результату?**

(победитель – кандидат, набравший более 50% голосов)

Совет директоров компании выбирает Генерального директора компании

11 избирателей, 4 кандидата – Иванов, Петров, Сидоров, Кондратьев

	6 избирателей	5 избирателей
<i>Очень хороший</i>	Иванов	Петров
<i>Хороший</i>	Петров	Кондратьев
<i>Так себе</i>	Сидоров	Сидоров
<i>Непригодный</i>	Кондратьев	Иванов

Парадокс А.В. Малишевского - Б.Г. Миркина

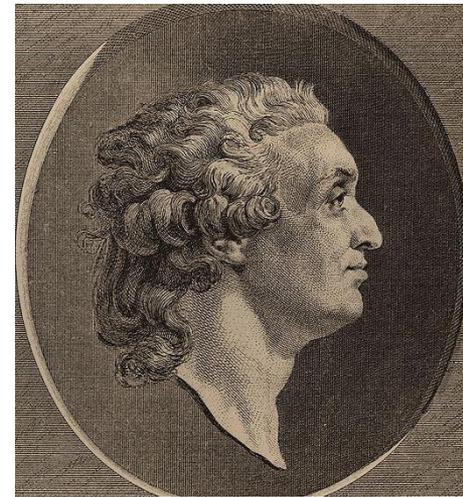
Избиратель №1	Избиратель №2	Избиратель №3	Избиратель №4
10	11	12	13
11	12	13	0
12	13	0	1
13	0	1	2
0	1	2	3

Парадокс Кондорсе

Marie Jean Antoine Nicolas de Caritat, marquis de Condorcet (1743 – 1794)

«Всякое общество, не просвещенное философами,
оказывается жертвой шарлатанов»

(Кондорсе)



Избиратель № 1	Избиратель № 2	Избиратель № 3
A	C	B
B	A	C
C	B	A

Сравниваем кандидатов попарно:

Сравниваем **A** и **B**: **A** – 2 голоса, **B** – 1 голос

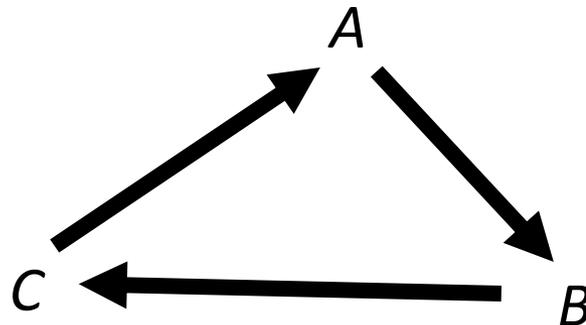
⇒ **A** лучше, чем **B**

Сравниваем **B** и **C**: **B** – 2 голоса, **C** – 1 голос

⇒ **B** лучше, чем **C**

Сравниваем **A** и **C**: **A** – 1 голос, **C** – 2 голоса

⇒ **C** лучше, чем **A**



Парадокс Острогорского (1903)

(парадокс прямой и представительной демократии)

Моисей Яковлевич Острогорский (1854 - 1921) — русский политолог,
историк, юрист, социолог



В городе 4 района: **A, B, C, D.**

	Стадион	Дорога	Музей	Местные выборы
Район A : 20%	<i>Нет</i>	<i>Нет</i>	<i>Да</i>	<i>Нет</i>
Район B : 20%	<i>Нет</i>	<i>Да</i>	<i>Нет</i>	<i>Нет</i>
Район C : 20%	<i>Да</i>	<i>Нет</i>	<i>Нет</i>	<i>Нет</i>
Район D : 40%	<i>Да</i>	<i>Да</i>	<i>Да</i>	<i>Да</i>
Общегородские выборы	<i>Да</i>	<i>Да</i>	<i>Да</i>	?

Парадокс референдума

(парадокс прямой и представительной демократии)

Страна, 1 миллион избирателей, 10 областей

Мнение избирателей	Область 1	Область 2	...	Область 9	Область 10	Сумма
«ДА»	45'000	45'000	...	45'000	100'000	505'000
«НЕТ»	55'000	55'000	...	55'000	0	495'000

Результат референдума: **«ДА»**

Предположим, что каждая область выбирает депутата в парламент страны. Будет избрано 10 депутатов, 9 из которых проголосуют **«НЕТ»**.

Результат голосования в парламенте : **«НЕТ»**

Возможные парадоксальные ситуации при проведении референдумов

Имеется три варианта политического решения относительно увеличения расходов страны на вооружение:

вариант **А** – оставить расходы на вооружение на прежнем уровне;

вариант **Б** – увеличить расходы на вооружение за счет увеличения налогов;

вариант **В** – увеличить расходы за счет снижения расходов в социальной сфере.

Избиратели, принимающие участие в референдуме, делятся на 3 примерно равные по численности группы:

<u>Группа 1</u>	<u>Группа 2</u>	<u>Группа 3</u>
А	Б	В
Б	В	А
В	А	Б

Как поставить вопрос, выносимый на референдум?

Вопрос: Следует ли увеличить налоги для увеличения военных расходов или расходы на вооружение увеличиваться не должны? (т.е. на референдум выносится вопрос: «Вы за вариант А или за вариант Б?»)

Результат референдума: принят **вариант А** (2/3 избирателей голосуют за этот вариант)

Вопрос: Должны ли военные расходы увеличиваться за счет увеличения налогов или за счет сокращения социальных программ («Вы за вариант Б или вариант В?»)

Результат референдума: принят **вариант Б** (2/3 избирателей голосуют за этот вариант)

Вопрос: Оставить военные расходы на прежнем уровне или увеличить за счет соц. сферы («А или В?»)

Результат референдума: принят **вариант В** (2/3 избирателей голосуют за этот вариант)

Важные моменты при подготовке голосования

Манипулирование при формировании избирательных округов для избрания депутатов в представительные органы

Выборы в одномандатных избирательных округах.

9 населенных пунктов, которые необходимо разбить на 3 избирательных округа.

В бюллетене – два кандидата: консерватор (К) и радикал (Р)

Предпочтения жителей 9 населенных пунктов:

Р К К

К Р К

Р Р Р

(В 5 населенных пунктах скорее всего победит Р,
в 4 населенных пунктах скорее всего победит К).

Варианты разбиения 9 населенных пунктов на 3 избирательных округа:

Р К К **К**

К Р К **К**

Р Р Р **Р**

Р	К	К
К	Р	К
Р	Р	Р
Р	Р	К

Парадокс Сена (парадокс Паретовского либерала)

Амартья Сен (род. 1933) – лауреат Нобелевской премии по экономике (1998)



Условия, когторым должно удовлетворять коллективное решение:

- 1. Либерализм** – Для каждого индивидуума должна существовать хотя бы одна пара альтернатив, скажем (X, Y) , таких что если индивидуум предпочитает альтернативу X альтернативе Y , то общество должно предпочитать альтернативу X альтернативе Y .
- 2. Единогласие** – Если каждый индивидуум предпочитает альтернативу X альтернативе Y , тогда общество должно предпочитать альтернативу X альтернативе Y .
- 3. Транзитивность** – Коллективное упорядочение альтернатив должно быть транзитивным.

Пример Сена:

Два индивидуума: **А** и **В** (**А** – отец, **В** – сын)

Книга: Дэвид Лоуренс “Любовник леди Чаттерлей” (1928 г.)

Альтернативы:

x – индивидуум **А** читает книгу.

y – индивидуум **В** читает книгу.

z – никто не читает книгу.

Предпочтения индивидуума **А**:

z

x

y

Предпочтения индивидуума **В**:

x

y

z

Согласно условию *Либерализм* каждый индивидуум решает, читать ему книгу или нет:

Индивидуум **А**: **x** или **z** → **z** лучше, чем **x**

Индивидуум **В**: **y** или **z** → **y** лучше, чем **z**

Согласно условию *Транзитивность*:

y лучше, чем **z**, и **z** лучше, чем **x**, следовательно **y** лучше, чем **x** *(в коллективном решении)*

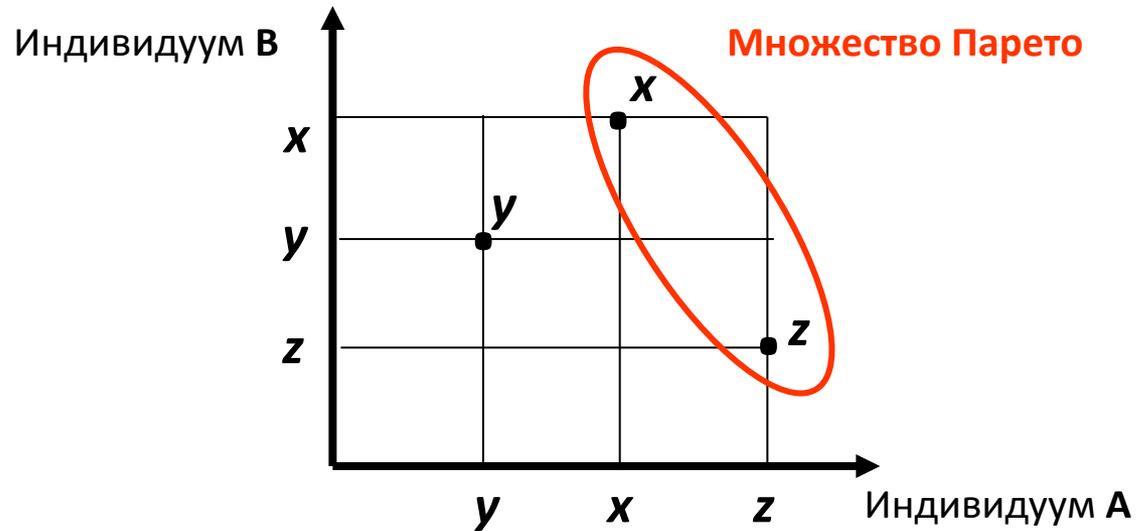
Но для обоих индивидуумов: **x** лучше, чем **y**

Предпочтения индивидуума А:

z
x
y

Предпочтения индивидуума В:

x
y
z



По условию *Либерализм* y лучше, чем x ,
но для обоих индивидуумов: x лучше, чем y

Анна и Борис рассматривают возможность пойти в кино на новый фильм.

Альтернативы:

- Пойти вместе (альтернатива В);
- Анна пойдет одна (альтернатива А);
- Борис пойдет один (альтернатива Б);
- Никто не пойдет (альтернатива Н)

Предпочтения Анны:

Вместе (В)
Никто (Н)
Анна (А)
Борис (Б)

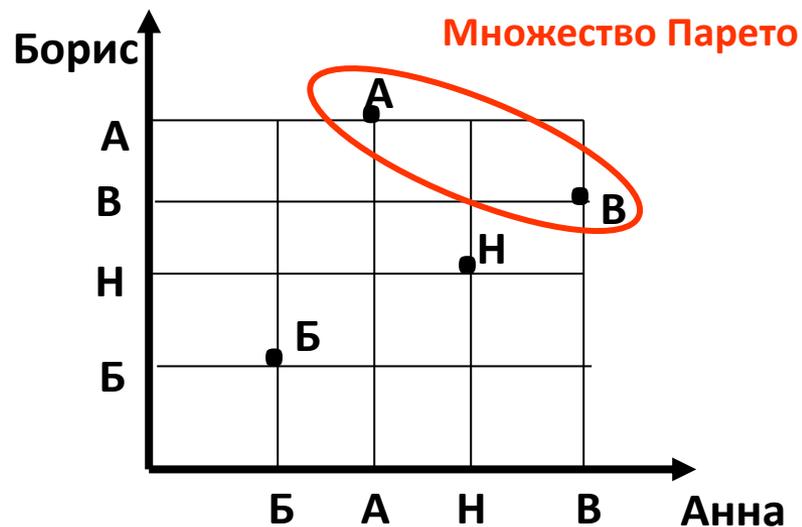
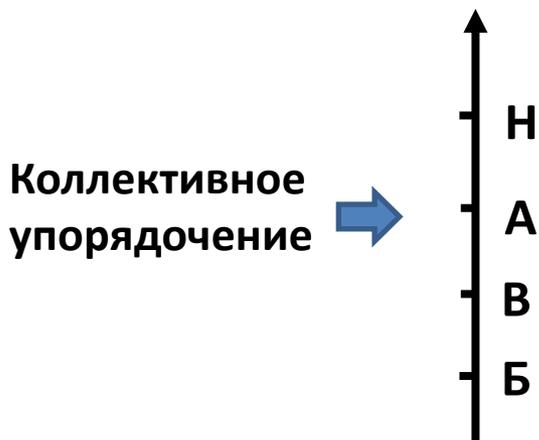
Предпочтения Бориса:

Анна (А)
Вместе (В)
Никто (Н)
Борис (Б)

Построим коллективное упорядочение,
принимая во внимание условие *Либерализм*:

Анна: $V > Б ; Н > А$

Борис: $А > В ; Н > Б$



В доминирует над Н (лучше для обоих)

Парадокс Эрроу (1951 г.)

Kenneth Arrow (род. 1921 г.)

Нобелевская премия по экономике – 1972 г.



Условия:

1. Мнения избирателей представлены в виде упорядочений кандидатов.
2. Коллективное решение является упорядочением кандидатов.
3. Независимость от посторонних кандидатов.
4. Условие единогласия.

Единственным правилом построения коллективных решений, удовлетворяющим четырем условиям Эрроу, является диктаторское правило.

**Парадоксальные ситуации,
которые могут возникнуть
при использовании процедур голосования
в малых группах.**

Процедура последовательного исключения кандидатов (альтернатив)

Процедура голосования в Конгрессе США по изменению законов

Одновременно могут быть рассмотрены 6 предложений:

a_0 - status quo

a_1 - a bill proposed by the committee

a_2 - an amended bill

a_3 - an amendment to the amended bill

a_4 - a substitute bill

a_5 - an amended substitute

Как происходит голосование в Конгрессе США:

a_2 versus $a_3 \Rightarrow$ winner
 a_4 versus $a_5 \Rightarrow$ winner } winner \Rightarrow versus $a_1 \Rightarrow$ versus a_0

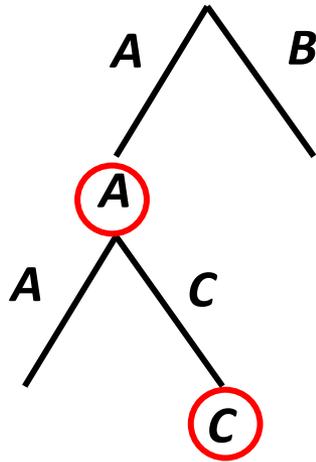
Парадоксы процедуры последовательного исключения альтернатив

1. Парадокс агенды (Agenda paradox)

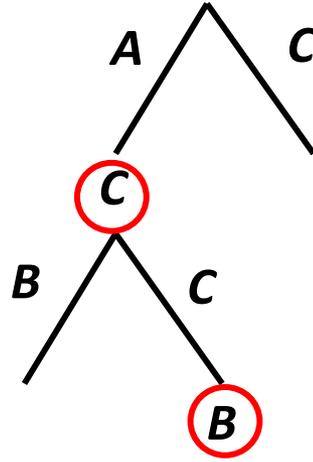
3 избирателя, 3 альтернативы (кандидата) – А, В, С

Изб. №1	Изб. № 2	Изб. № 3
A	C	B
B	A	C
C	B	A

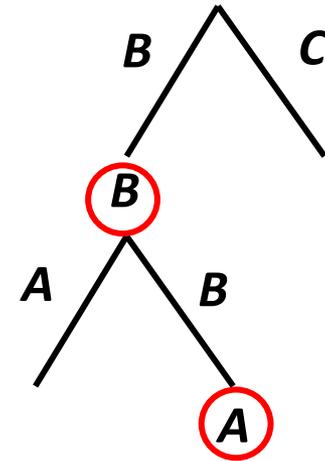
Председатель комитета устанавливает агенду.



C - победитель



B - победитель



C - победитель

Парадоксы процедуры последовательного исключения альтернатив

2. Парадокс «Доминируемая альтернатива выигрывает» (Dominated-bill-wins paradox)

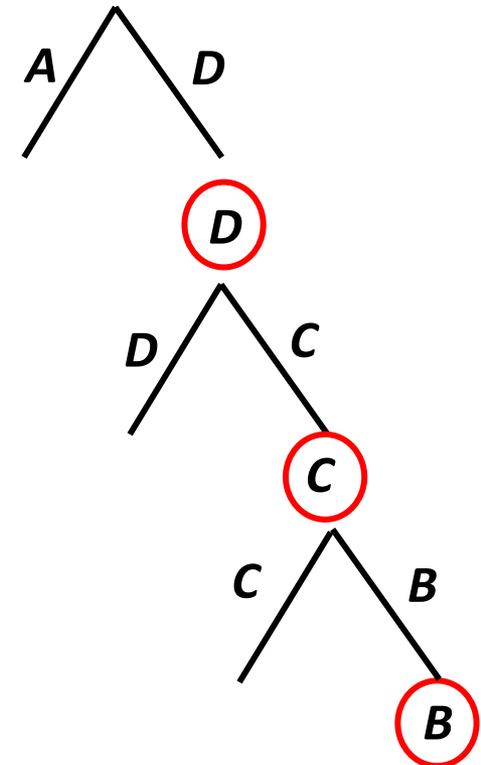
3 избирателя, 4 альтернативы – *A*, *B*, *C*, *D*

Изб. № 1	Изб. № 2	Изб. № 3
<i>A</i>	<i>D</i>	<i>C</i>
<i>B</i>	<i>A</i>	<i>D</i>
<i>C</i>	<i>B</i>	<i>A</i>
<i>D</i>	<i>C</i>	<i>B</i>

Изб. № 1	Изб. № 2	Изб. № 3
<i>A</i>	<i>D</i>	<i>C</i>
<i>B</i>	<i>A</i>	<i>D</i>
<i>C</i>	<i>B</i>	<i>A</i>
<i>D</i>	<i>C</i>	<i>B</i>

Альтернатива *B* хуже, чем альтернатива *A* для всех избирателей (альтернатива *B* доминируема альтернативой *A*)

Председатель комитета устанавливает агенду:



B - победитель

Парадоксы процедуры последовательного исключения альтернатив

3. Парадокс неявившихся избирателей (No-Show paradox)

9 избирателей, 3 альтернативы

Председатель комитета устанавливает агенду: ***B*** versus ***C***; победитель versus ***A***

2 избирателя	3 избирателя	2 избирателя	2 избирателя
<i>C</i>	<i>B</i>	<i>A</i>	<i>A</i>
<i>B</i>	<i>A</i>	<i>C</i>	<i>B</i>
<i>A</i>	<i>C</i>	<i>B</i>	<i>C</i>

B versus ***C*** \longrightarrow ***B***
B versus ***A*** \longrightarrow ***B***
B - победитель

Два последних избирателя не участвуют в голосовании (агенда та же самая):

2 избирателя	3 избирателя	2 избирателя
<i>C</i>	<i>B</i>	<i>A</i>
<i>B</i>	<i>A</i>	<i>C</i>
<i>A</i>	<i>C</i>	<i>B</i>

B versus ***C*** \longrightarrow ***C***
C versus ***A*** \longrightarrow ***A***
A - победитель

2 избирателя не участвуют в голосовании,
и при этом получают лучший для себя результат.

Парадоксы процедуры Борда

Jean Charles Borda (1733 – 1799)



Иллюстрация процедуры Борда:

Ранг	Изб. № 1	Изб. № 2	Изб. № 3
4	A	C	D
3	B	B	B
2	C	A	C
1	D	D	A

Суммы рангов кандидатов:

A: $4 + 2 + 1 = 7$

B: $3 + 3 + 3 = 9$

C: $2 + 4 + 2 = 8$

D: $1 + 1 + 4 = 6$

B – победитель

Парадоксы процедуры Борда

1. Парадокс обратного упорядочения (The inverted-order paradox)

7 избирателей, 4 кандидата

2 избирателя	2 избирателя	2 избирателя	1 избиратель	Ранг
D	A	B	D	4
C	D	A	C	3
B	C	D	B	2
A	B	C	A	1

$$D: 2*4 + 2*3 + 2*2 + 1*4 = 22$$

$$A: 2*1 + 2*4 + 2*3 + 1*1 = 17$$

$$B: 2*2 + 2*1 + 2*4 + 1*2 = 16$$

$$C: 2*3 + 2*2 + 2*1 + 1*3 = 15$$

Коллективное
упорядочение
кандидатов

D - победитель

Если кандидата **D** (победителя) исключить из списка кандидатов:

2 избирателя	2 избирателя	2 избирателя	1 избиратель	Ранг
C	A	B	C	3
B	C	A	B	2
A	B	C	A	1

$$A: 2*1 + 2*3 + 2*2 + 1*1 = 13$$

$$B: 2*2 + 2*1 + 2*3 + 1*2 = 14$$

$$C: 2*3 + 2*2 + 2*1 + 1*3 = 15$$

Коллективное
упорядочение
кандидатов

C - победитель

Парадоксы процедуры Борда

2. Парадокс «Проигравший становится победителем»(The winner-turns-loser paradox)

3 избирателя	2 избирателя	2 избирателя	Ранг
A	B	C	4
B	C	D	3
C	D	A	2
D	A	B	1

$D: 3*1+2*2+2*3=13$ ← самый худший

$A: 3*4+2*1+2*2=18$

$B: 3*3+2*4+2*1=19$

$C: 3*2+2*3+2*4=20$ ← победитель

Кандидат **D** умер:

3 избирателя	2 избирателя	2 избирателя	Ранг
A	B	C	3
B	C	A	2
C	A	B	1

$A: 3*3+2*1+2*2=15$ ← победитель

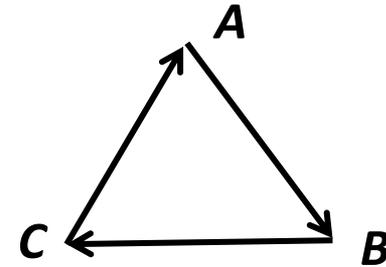
$B: 3*2+2*3+2*1=14$

$C: 3*1+2*2+2*3=13$ ← самый худший

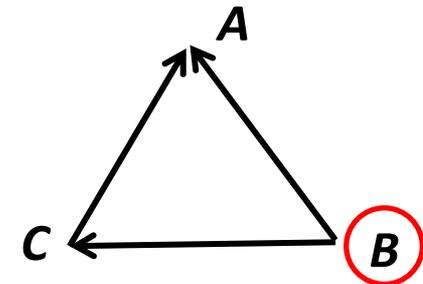
Парадоксы, связанные с победителем Кондорсе

Парадокс Кондорсе:

Избиратель № 1	Избиратель № 2	Избиратель № 3
A	C	B
B	A	C
C	B	A



Избиратель № 1	Избиратель № 2	Избиратель № 3
A	C	B
B	B	C
C	A	A



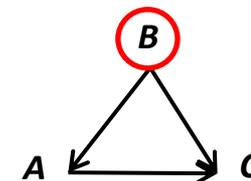
B – победитель Кондорсе

Парадокс, связанные с победителем Кондорсе

Парадокс победителя Кондорсе (Condorcet winner paradox)

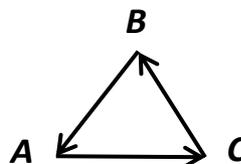
23 избирателя, 3 кандидата

4 избирателя	4 избирателя	4 избирателя	7 избирателей	4 избирателя
A	B	C	A	B
C	A	B	B	C
B	C	A	C	A



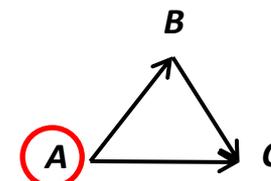
B – победитель
Кондорсе

4 избирателя	4 избирателя	4 избирателя
A	B	C
C	A	B
B	C	A



Отбросим этих 12 избирателей:

7 избирателей	4 избирателя
A	B
B	C
C	A



A – победитель
Кондорсе

Парадоксы, связанные с двухступенчатой процедурой голосования

Побеждает кандидат, набравший более 50% голосов избирателей.
Если такого кандидата нет, то во второй тур выходят два кандидата, набравшие наибольшее число голосов в первом туре.

Иллюстрация двухступенчатой процедуры голосования:

9 избирателей, 3 кандидата

4 избирателя	3 избирателя	2 избирателя
A	B	C
B	A	A
C	C	B

Отбрасываем кандидата **C**:

4 избирателя	3 избирателя	2 избирателя
A	B	A
B	A	B

A - победитель

Парадоксы, связанные с двухступенчатой процедурой голосования

Парадокс согласованности (Consistency paradox)

Процедура голосования **П**,
Избиратели: *Иванов, Перов,*
Сидоров, Белов
кандидаты: **A, B, C**

➔ **A** - победитель

Процедура голосования **П**,
Избиратели: *Нилов, Чернов,*
Зубов, Милов,
Краснов
кандидаты: **A, B, C**

➔ **A** - победитель

Процедура голосования **П**,
Избиратели: *Иванов, Перов,*
Сидоров, Белов,
Нилов, Чернов,
Зубов, Милов,
Краснов
candidates: **A, B, C**

➔ **B** - winner

Парадоксы, связанные с двухступенчатой процедурой голосования

1. Парадокс согласованности (Consistency paradox)

21 избирателей, 4 кандидата

Первая комната:
12 избирателей

4 voters	3 voters	5 voters
<i>A</i>	<i>B</i>	<i>D</i>
<i>B</i>	<i>A</i>	<i>B</i>
<i>C</i>	<i>C</i>	<i>C</i>
<i>D</i>	<i>D</i>	<i>A</i>

Вторая комната:
9 избирателей

3 voters	5 voters	1 voter
<i>B</i>	<i>A</i>	<i>C</i>
<i>C</i>	<i>C</i>	<i>B</i>
<i>D</i>	<i>D</i>	<i>D</i>
<i>A</i>	<i>B</i>	<i>A</i>

1-й раунд: *B* и *C* отбрасываются

4 voters	3 voters	5 voters
<i>A</i>	<i>A</i>	<i>D</i>
<i>D</i>	<i>D</i>	<i>A</i>

A - победитель

A - победитель

1-й раунд: *A* – 9 голосов, *B* – 6 голосов, *C* – 1 голос, *D* – 5 голосов. Значит, *C* и *D* отбрасываются.

4 voters	3 voters	5 voters	3 voters	5 voters	1 voter
<i>A</i>	<i>B</i>	<i>B</i>	<i>B</i>	<i>A</i>	<i>B</i>
<i>B</i>	<i>A</i>	<i>A</i>	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>A</i>

A : 4 + 5 = 9 голосов

B : 3 + 5 + 3 + 1 = 12 голосов



B - победитель

Парадоксы, связанные с двухступенчатой процедурой голосования

2. Парадокс монотонности (Monotonicity paradox)

Свойство монотонности: Если кандидат **A** коллективно избран данной процедурой голосования, то он будет избран этой же процедурой голосования, если этот кандидат **A** улучшит свое положение в одном или нескольких упорядочениях избирателей.

17 избирателей , 3 кандидата

6 voters	5 voters	4 voters	2 voters
A	C	B	B
B	A	C	A
C	B	A	C

1-й раунд: **C** отбрасывается

2-й раунд:

6 voters	5 voters	4 voters	2 voters
A	A	B	B
B	B	A	A

A - победитель

6 voters	5 voters	4 voters	2 voters
A	C	B	A
B	A	C	B
C	B	A	C

1-й раунд: **B** отбрасывается

2-й раунд:

6 voters	5 voters	4 voters	2 voters
A	C	C	A
C	A	A	C

C - победитель

Парадоксы, связанные с двухступенчатой процедурой голосования

3. Парадокс неявившихся избирателей (No-Show paradox)

1000 избирателей, 3 кандидата

256 voters	486 voters	4 voters	254 voters
A	B	B	C
B	C	C	A
C	A	A	B

1-й раунд: **C** отбрасывается

2-й раунд:

256 voters	486 voters	4 voters	254 voters
A	B	B	A
B	A	A	B

A - победитель

486 избирателей не участвуют в голосовании:

514 избирателей, 3 кандидата

256 voters	4 voters	254 voters
A	B	C
B	C	A
C	A	B

1-й раунд: **B** отбрасывается

2-й раунд:

256 voters	4 voters	254 voters
A	C	C
C	A	A

C - winner

Манипулирование **в процедурах голосования**

- 1. Манипулирование со стороны организатора голосования**
- 2. Манипулирование путем предложения к рассмотрению новых альтернатив.**
- 3. Манипулирование со стороны избирателей.**

1. Манипулирование со стороны организатора голосования

Плиний Младший в письме Аристону (II в н.э.)

Консул Афраний Декстр найден мертвым.

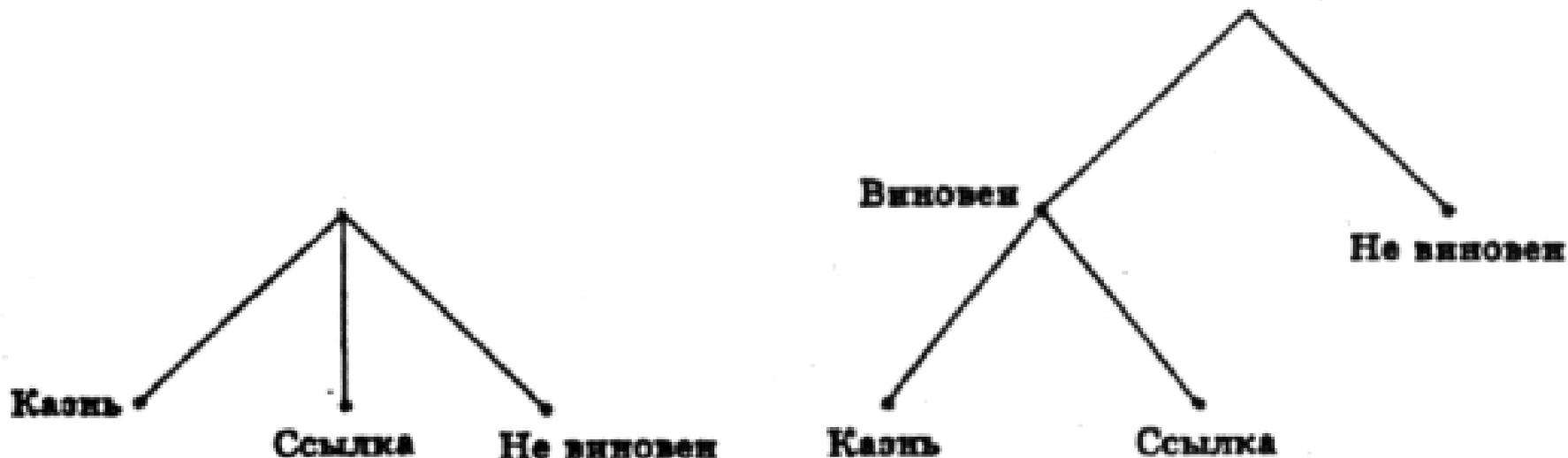
Мнения в Сенате:

Группа А – освободить слугу

Группа Б – ссылка слуги.

Группа В – казнь слуги.

Плиний Младший председательствовал в Сенате и был в группе А.



2. Манипулирование путем предложения к рассмотрению новых альтернатив

Голосование по поводу 17-й поправки к Конституции США (1905 г.)

До принятия поправки члены Сената назначались законодательными органами штатов.

Две альтернативы:

S (status quo) – оставить всё как есть (сенаторы назначаются законодательными органами штатов).

a (17-я поправка) – сенаторы избираются прямым голосованием в штатах.

Либералы (республиканцы и демократы)	Демократы из южных штатов	Консерваторы (республиканцы и демократы)
<i>a</i>	<i>a</i>	<i>S</i>
<i>S</i>	<i>S</i>	<i>a</i>

Процедура голосования в Сенате:

1. Если предложена одна поправка, то она голосуется со Status quo.
2. Если поправок несколько, то они голосуются попарно между собой, выигравшая поправка голосуется со Status quo.

a versus *S* ⇒ победила бы *a*

Сенатор от штата Нью-Йорк Ч. Депью (консерватор, сторонник *S*) предложил включить в рассмотрение третью альтернативу:

b – принять 17-ю поправку с условием, что федеральному правительству будет разрешено контролировать проведение выборов в штатах.

Либералы (республиканцы из южных и демократы)	Демократы штатов	Консерваторы (республиканцы и демократы)
<i>b</i>	<i>a</i>	<i>S</i>
<i>a</i>	<i>S</i>	<i>b</i>
<i>S</i>	<i>b</i>	<i>a</i>

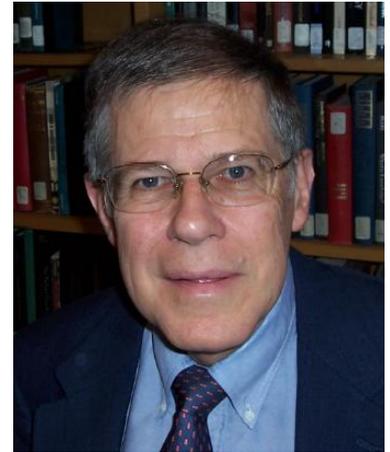
a versus *b* \Rightarrow победила *b*

b versus *S* \Rightarrow победила *S*

- консерваторы добились,
чтобы поправка не прошла

3. Манипулирование со стороны избирателей

**Allan Gibbard (род. в 1942)
(американский философ)**



**Mark A. Satterthwaite
(американский математик)**



Теорема Гиббарда – Саттаруэйта (1973 г.) Все детерминированные процедуры выбора являются либо диктаторскими, либо манипулируемыми, т. е. такими, при которых по меньшей мере один избиратель может голосовать за выбор, который не соответствует его истинным предпочтениям и получить лучший для себя результат голосования.

1. Процедура «Относительное большинство голосов»

7 избирателей, 3 кандидата.

3 избирателя	2 избирателя	2 избирателя
Иванов	Сидоров	Петров
Петров	Иванов	Сидоров
Сидоров	Петров	Иванов

Избран – кандидат Иванов

2 избирателя манипулируют (дают свои искаженные предпочтения для получения лучшего для себя результата)

3 избирателя	2 избирателя	2 избирателя
Иванов	Сидоров	Сидоров
Петров	Иванов	Петров
Сидоров	Петров	Иванов

Избран – кандидат Сидоров

2. Процедура Борда

<i>Ранг</i>	Изб. 1	Изб. 2	Изб. 3
<i>5</i>	A	B	A
<i>4</i>	B	E	C
<i>3</i>	C	A	B
<i>2</i>	D	C	D
<i>1</i>	E	D	E

A: $5 + 3 + 5 = 13$ - победитель

B: $4 + 5 + 3 = 12$

C: $3 + 2 + 4 = 9$

D: $2 + 1 + 2 = 5$

E: $1 + 4 + 1 = 6$

Изб. 2 манипулирует:

<i>Ранг</i>	Изб. 1	Изб. 2	Изб. 3
<i>5</i>	A	B	A
<i>4</i>	B	E	C
<i>3</i>	C	C	B
<i>2</i>	D	B	D
<i>1</i>	E	A	E

A: $5 + 1 + 5 = 11$

B: $4 + 5 + 3 = 12$ - победитель

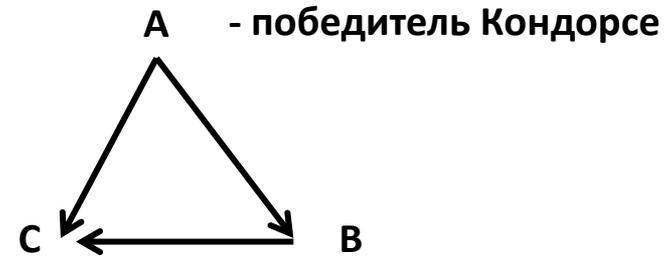
C: $3 + 3 + 4 = 10$

D: $2 + 2 + 2 = 6$

E: $1 + 4 + 1 = 6$

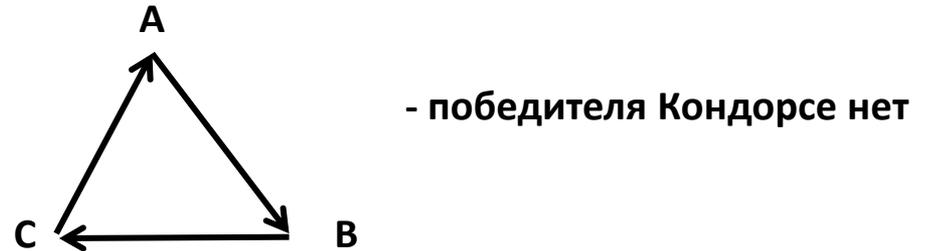
3. Процедура выбора победителя Кондорсе

Изб. 1	Изб. 2	Изб. 3
A	B	C
B	A	A
C	C	B



Изб. 2 манипулирует:

Изб. 1	Изб. 2	Изб. 3
A	B	C
B	C	A
C	A	B



Компьютерное моделирование степени манипулируемости со стороны избирателей

<u>Избиратель</u>	Коллективно избран кандидат С .
А	Манипулирование со стороны этого избирателя: так изменить свои предпочтения, чтобы был избран кандидат А или кандидат В .
В	
С	

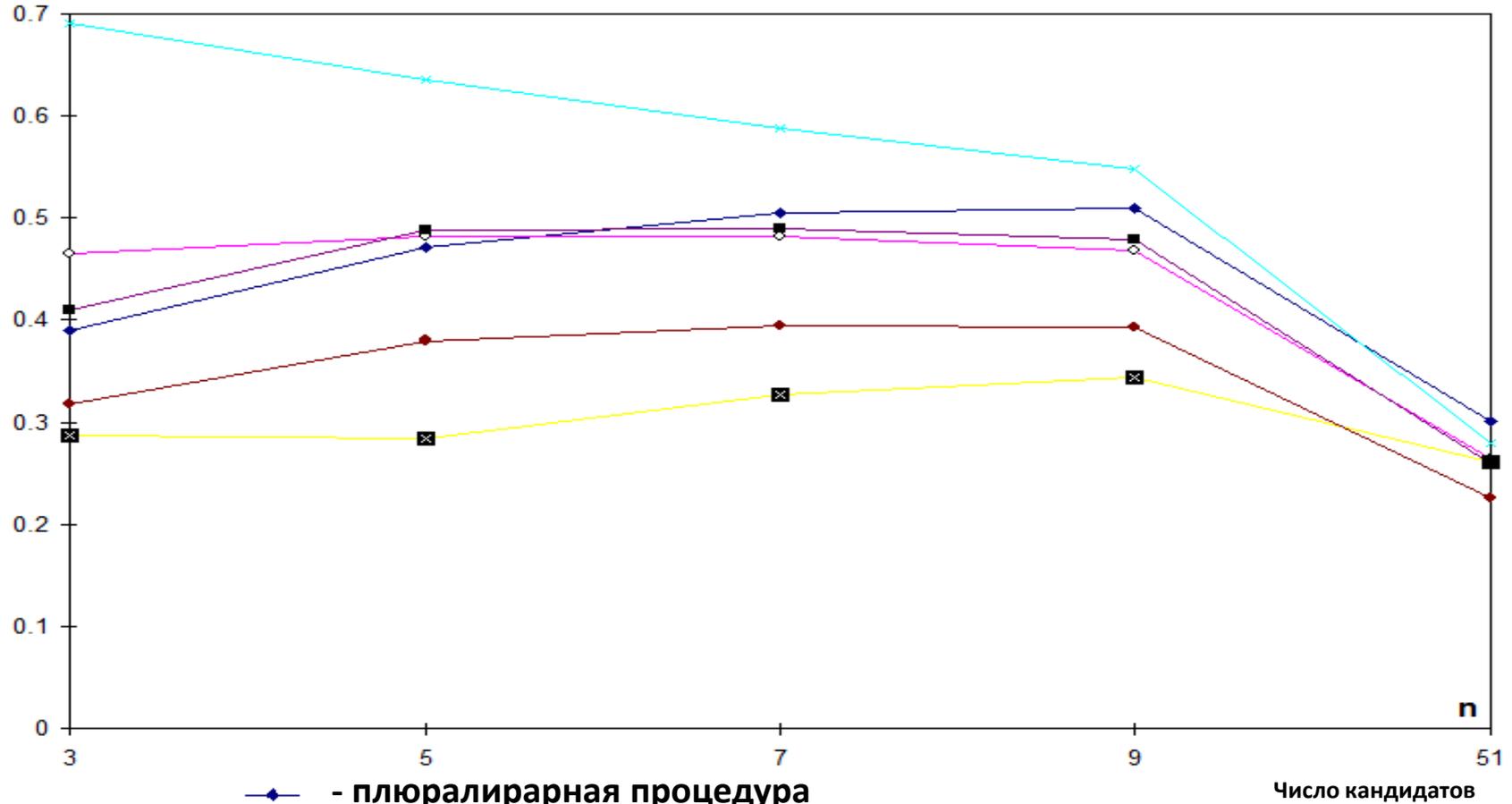
Индекс манипулируемости:
$$\frac{\text{число манипулируемых профилей предпочтения избирателей}}{\text{число всевозможных профилей предпочтения избирателей}}$$

Два подхода:

1. Impartial Culture (IC) – манипулирование имеет в любом возможном профиле предпочтений избирателей.
2. Impartial Anonymous Culture (IAC) – профили, отличающиеся перестановкой избирателей, составляют одну ситуацию голосования

Число кандидатов равно 5 (лексикографический принцип)

Индекс манипулируемости



◆ - плюралирарная процедура

○ - Approval voting (q=2)

⊠ - процедура Уэйра

× - процедура Борда

■ - процедура Блэка

● - процедура Фишберна

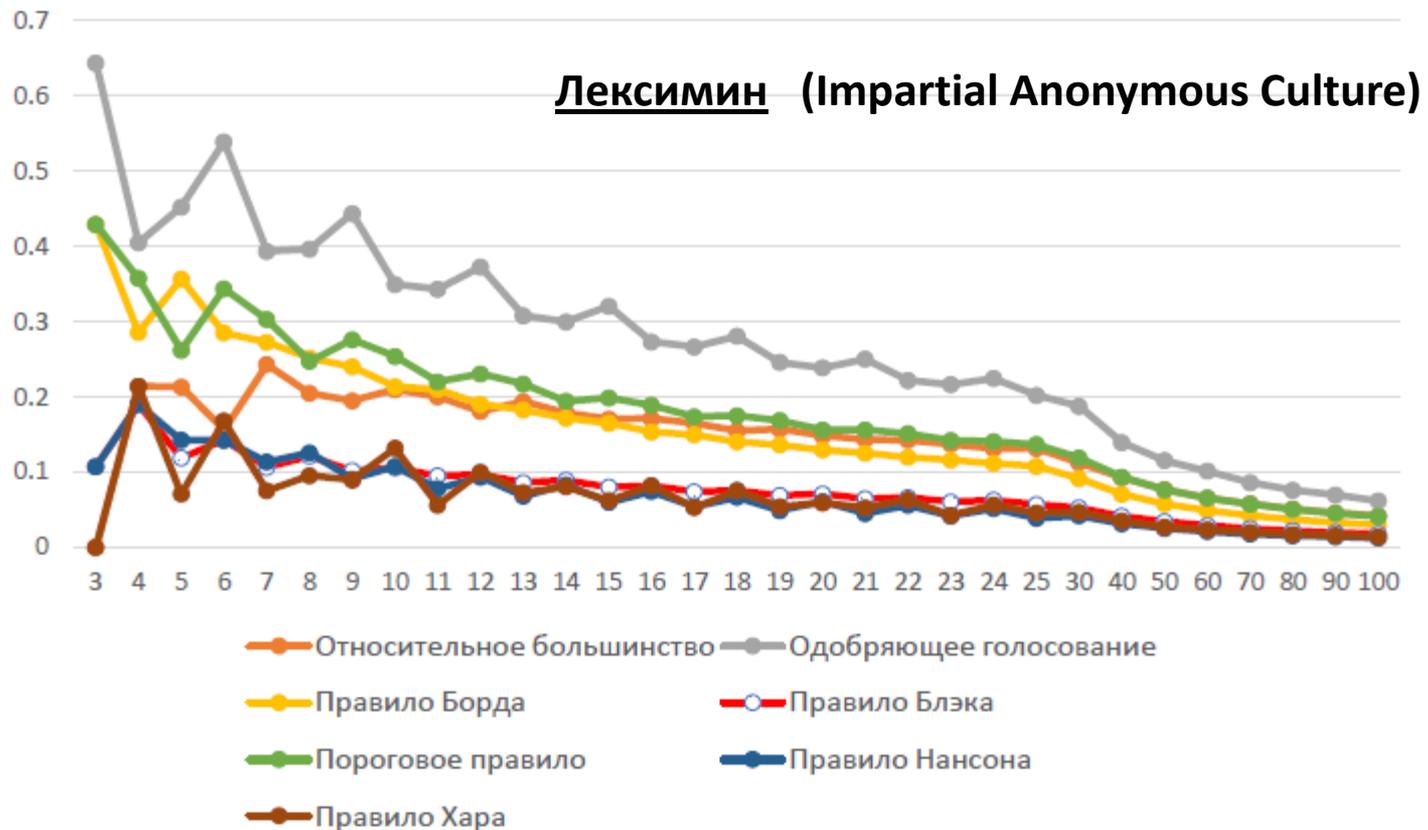
Методы расширения предпочтений на трех кандидатах:

1. Лексимин

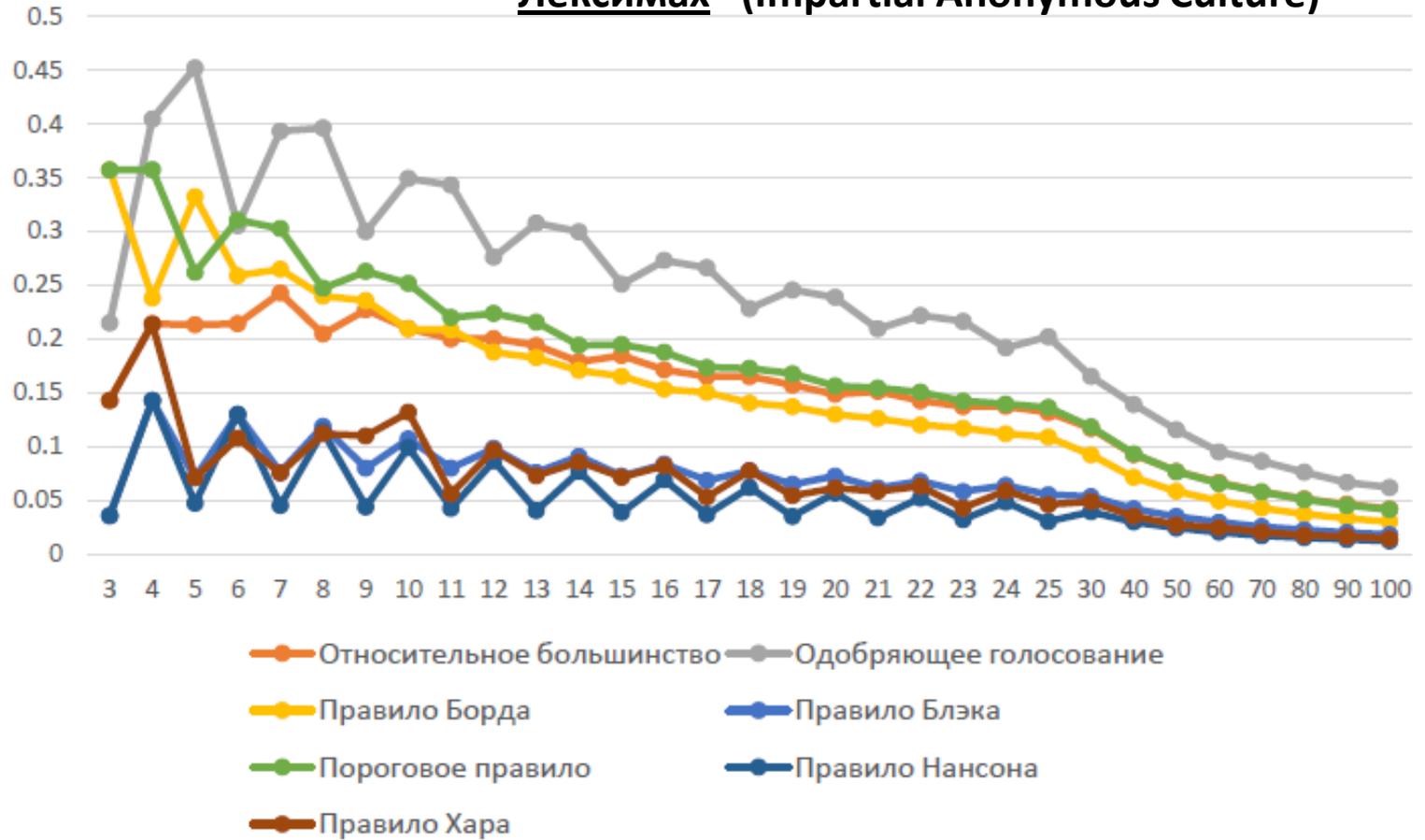
$$\{a\} \succ \{a,b\} \succ \underline{\{b\}} \succ \{a,c\} \succ \{a,b,c\} \succ \{b,c\} \succ \{c\}$$

2. Лексимакс

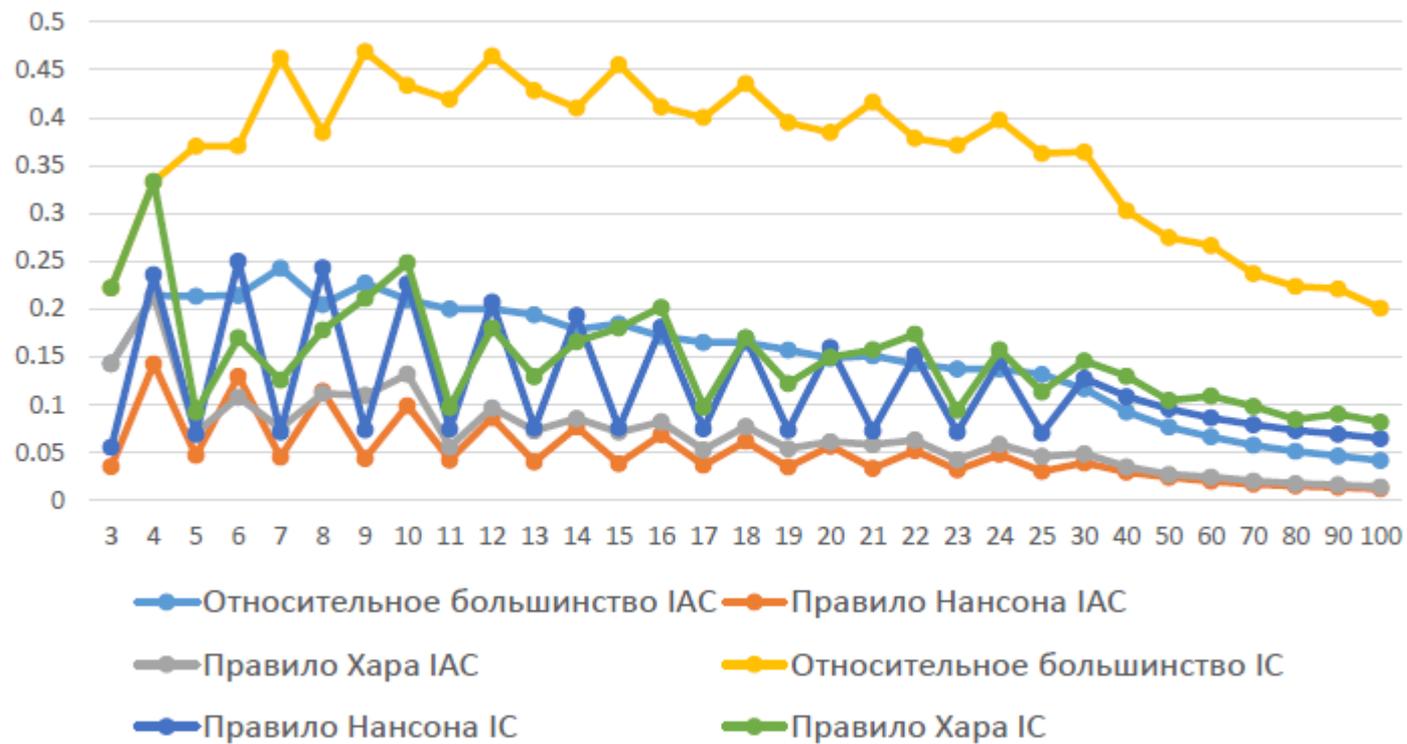
$$\{a\} \succ \{a,b\} \succ \underline{\{a,b,c\}} \succ \{a,c\} \succ \{b\} \succ \{b,c\} \succ \{c\}$$



Лексимах (Impartial Anonymous Culture)



Лексимин (Impartial Culture)



		Победитель Кондорсе выбирается	Проигравший по Кондорсе не выбирается	Монотонность	Парето	Согласованность	Независимость от отброшенных кандидатов	Неподверженность парадоксу "No Show"
1. Позиционные процедуры	Относит. большинство	-	-	+	+	+	-	+
	Одобр. голосование	-	-	+	-	+	-	+
	Двух- ступенчат.	-	+	-	+	-	-	-
	Уэйр	-	+	-	+	-	-	-
2. Позиционные процедуры с суммой рангов	Борда	-	+	+	+	+	-	+
	Нансон	+	+	-	+	-	-	-
3. Процедуры, использующие мажоритарный граф	Блэк	+	+	+	+	-	-	-
	Коупленд	+	+	+	+	-	-	-
	Доджсон	+	-	-	+	-	-	-
4. Процедуры вне классификации	Кемени	+	+	+	+	-	-	-
	Симпсон	+	-	+	+	-	-	-