

# Доксатическая логика: информационное обновление и вероятностные модели<sup>1</sup>

## 1 Обновление в доксатической логике

### Некоторые определения

- $[\varphi]_{\mathcal{M}} = \{w \in W \mid \mathcal{M}, w \models \varphi\}$
- $[w]_i = \{w' \in W \mid w \sim_i w'\}$
- $[[\varphi]]_i^w = [\varphi]_{\mathcal{M}} \cap [w]_i$
- $best_i(\varphi, w) = max_{\leq_i} ([[ \varphi ] ]_i^w)$

### 1.1 Консервативное обновление

#### 1.1.1 Модель

Если  $\mathcal{M} = (\mathcal{A}, W, \{\sim_i\}_{i \in \mathcal{A}}, \{\leq_i\}_{i \in \mathcal{A}}, V)$  модель доксатической логики, то  $\mathcal{M}^{\uparrow \varphi} = (\mathcal{A}', W', \{\sim'_i\}_{i \in \mathcal{A}'}, \{\leq_i^{\uparrow \varphi}\}_{i \in \mathcal{A}'}, V')$  модель консервативного информационного обновления, где  $\mathcal{A}' = \mathcal{A}$ ,  $W' = W$ ,  $\sim'_i = \sim_i$ ,  $V' = V$ ,  $\leq_i^{\uparrow \varphi}$  - наибольшее отношение, которое удовлетворяет условиям:

- $\forall x \forall y ((x \in best_i(\varphi, w) \wedge y \in [w]_i) \rightarrow y \leq_i^{\uparrow \varphi} x)$
- $\forall x \forall y ((x, y \in [w]_i - best_i(\varphi, w) \wedge x \leq_i y) \rightarrow x \leq_i^{\uparrow \varphi} y)$

#### 1.1.2 Оператор $\uparrow \varphi$

$\mathcal{M}, w \models [\uparrow \varphi] \psi$  е.т.е.  $\mathcal{M}^{\uparrow \varphi}, w \models \psi$

#### 1.1.3 Пример

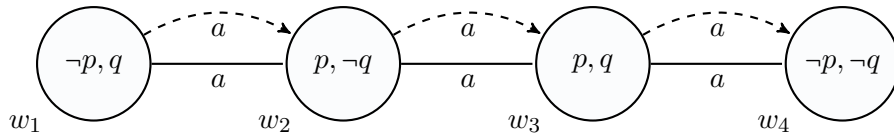


Рис. 1:  $\mathcal{M}$

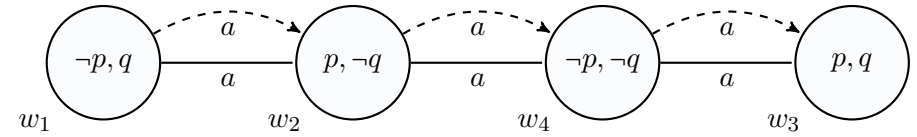


Рис. 2:  $\mathcal{M}^{\uparrow p}$

### 1.2 Радикальное обновление

#### 1.2.1 Модель

Если  $\mathcal{M} = (\mathcal{A}, W, \{\sim_i\}_{i \in \mathcal{A}}, \{\leq_i\}_{i \in \mathcal{A}}, V)$  модель доксатической логики, то  $\mathcal{M}^{\uparrow \varphi} = (\mathcal{A}', W', \{\sim'_i\}_{i \in \mathcal{A}'}, \{\leq_i^{\uparrow \varphi}\}_{i \in \mathcal{A}'}, V')$  - модель радикального обновления, где  $\mathcal{A}' = \mathcal{A}$ ,  $W' = W$ ,  $\sim'_i = \sim_i$ ,  $V' = V$ ,  $\leq_i^{\uparrow \varphi}$  - максимальное отношение, которое удовлетворяет следующим условиям:

- $\forall x \forall y ((x \in [[\varphi]]_i^w \wedge y \in [[\neg \varphi]]_i^w) \rightarrow y <_i^{\uparrow \varphi} x)$
- $\forall x \forall y ((x, y \in [[\varphi]]_i^w \wedge x \leq_i y) \rightarrow x \leq_i^{\uparrow \varphi} y)$
- $\forall x \forall y ((x, y \in [[\neg \varphi]]_i^w \wedge x \leq_i y) \rightarrow x \leq_i^{\uparrow \varphi} y)$

#### 1.2.2 Оператор $\uparrow \varphi$

$\mathcal{M}, w \models [\uparrow \varphi] \psi$  е.т.е.  $\mathcal{M}^{\uparrow \varphi}, w \models \psi$

#### 1.2.3 Пример

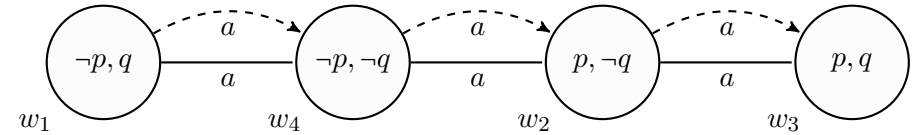


Рис. 3:  $\mathcal{M}^{\uparrow p}$

**Задача** Построить модели

- $\mathcal{M}^{\uparrow p}$
- $\mathcal{M}^{\uparrow q}$
- $\mathcal{M}^{\uparrow \varphi}$
- $\mathcal{M}^{\uparrow \psi}$

<sup>1</sup>НУГ «Формальная философия», проект «Динамический поворот в логической семантике» (2015–2016, 15-05-0005)

## 2 Вероятностные модели

### 2.1 Модель

$\mathcal{M} = (\mathcal{A}, W, \{\sim_i\}_{i \in \mathcal{A}}, \{\pi_i\}_{i \in \mathcal{A}}, V)$ , где

- $\mathcal{A}$  – множество агентов
- $W$  – множество возможных миров
- $\sim_i$  – отношение достижимости для  $i$
- $\pi_i : W \mapsto [0, 1]$  – функция такая, что
  - $\forall X \subseteq W : \pi_i(X) = \sum_{w \in X} \pi_i(w)$
  - $\pi_i(W) = 1$
  - $\forall w \in W : \pi_i([w]_i) > 0$
- $V : Var \mapsto \mathcal{P}(W)$

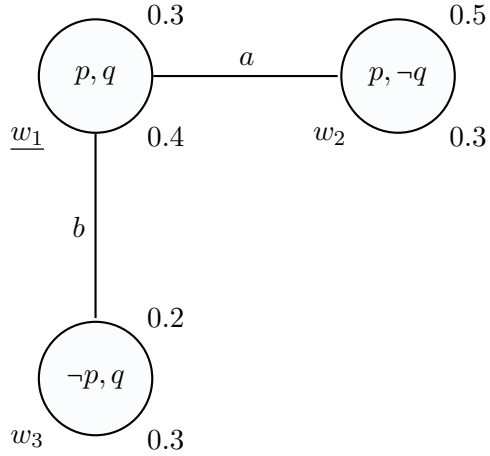


Рис. 4:  $\mathcal{M}_1$ , сверху значения  $\pi_a$ , снизу –  $\pi_b$

### 2.2 Оператор $B_i^d$

$\mathcal{M}, w \models B_i^d \varphi$  е.т.е.  $d \leq \pi_i([\varphi]_{\mathcal{M}} \mid [w]_i) = \frac{\pi_i([\varphi]_{\mathcal{M}} \cap [w]_i)}{\pi_i([w]_i)}$

**Задачи** Чему равно  $d$ ?

- $\mathcal{M}, w_1 \models B_a^d p$
- $\mathcal{M}, w_3 \models B_a^d p$
- $\mathcal{M}, w_1 \models B_b^d q$
- $\mathcal{M}, w_3 \models B_b^d \neg q$

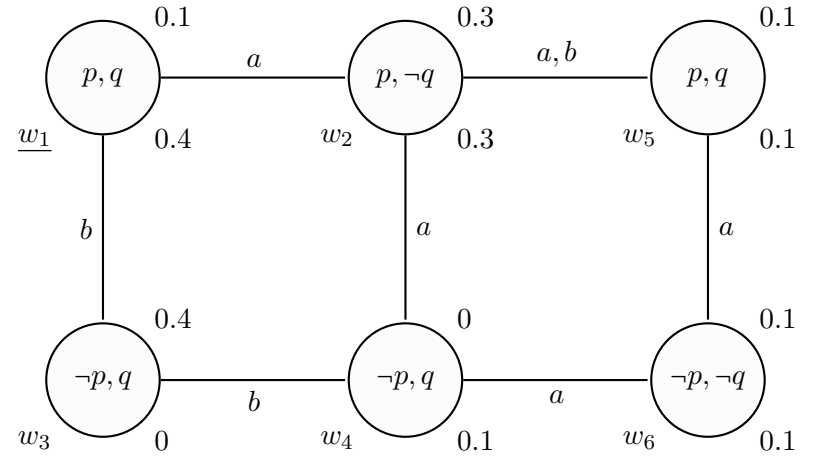


Рис. 5:  $\mathcal{M}_2$ , сверху значения  $\pi_a$ , снизу –  $\pi_b$

### Некоторые свойства

- $K_i \varphi \rightarrow B_i^d \varphi$
- $B_i^d \varphi \rightarrow K_i B_i^d \varphi$
- $\neg B_i^d \varphi \rightarrow K_i \neg B_i^d \varphi$
- $\nexists B_i^1 \varphi \rightarrow K_i \varphi$

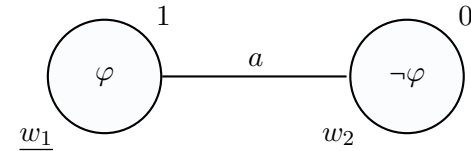


Рис. 6:  $\mathcal{M}_3, w_1 \models B_a^1 \varphi \wedge \neg K_a \varphi$

### 2.3 Некоторые свойства

- $(B_i^p(\varphi \wedge \psi) \wedge B_i^q(\varphi \wedge \neg \psi)) \rightarrow B_i^{p+q} \varphi, p+q \leq 1$
- $(\neg B_i^p(\varphi \wedge \psi) \wedge \neg B_i^q(\varphi \wedge \neg \psi)) \rightarrow \neg B_i^{p+q} \varphi, p+q \leq 1$
- $B_i^p \varphi \rightarrow \neg B_i^q \neg \varphi, p+q > 1$