

# Эпистемические модели игр <sup>1</sup>

## 1 Эпистемическая модель игры

1  $\mathcal{M} = (W, \{\Pi_i\}_{i \in N}, \mathfrak{s})$

- $W$  - множество ситуаций (возможных миров)
- $\Pi_i$  - разбиение  $W^2$
- $\mathfrak{s} : W \mapsto S^3$

2  $K_i : \mathcal{P}(W) \mapsto \mathcal{P}(W)$

3  $E \subseteq W$  - событие (пропозиция)

4 Событие  $E$  имеет место в мире  $w$  е.т.е.  $w \in E$

5  $K_i(E) = \{w \mid \Pi_i(E) \subseteq E\}$

6  $K_i(E) = \{w \mid [w]_i \subseteq E\}$

**Пример 1**  $U = \{w_1, w_2\}$

$\Pi_a = \{\{w_1, w_2\}, \{w_3, w_4\}\}$

$\Pi_b = \{\{w_1, w_3\}, \{w_2, w_4\}\}$

$\mathfrak{s} : \begin{cases} w_1 \mapsto (u, l) \\ w_2 \mapsto (u, r) \\ w_3 \mapsto (d, l) \\ w_4 \mapsto (d, r) \end{cases}$

7 Будем называть модель *ex interim* е.т.е.

$\forall i \in N \forall w \forall w' \in W : w' \in \Pi_i(w) \rightarrow \mathfrak{s}_i(w') = \mathfrak{s}_i(w)$

8 Некоторые свойства:

- $K_i(W) = W$
- $K_i(X) \subseteq X$
- $K_i(K_i(X)) = K_i(X)$
- $K_i(X) \cap K_i(Y) = K_i(X \cap Y)$
- $K_i(X) = K_i(K_i(X))$

9  $C_G(E) := E \cap K_G(E) \cap K_G(K_G(E)) \cap K_G(K_G(K_G(E))) \cap \dots$

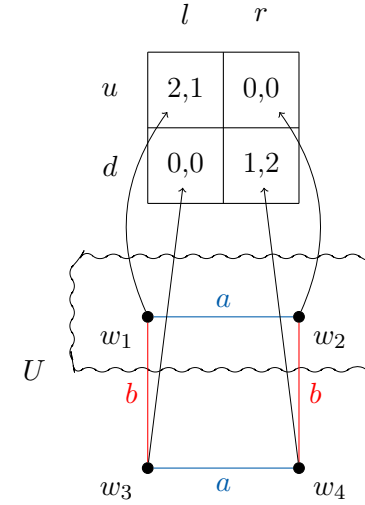


Рис. 1: "Эпистемическая модель-1"

## 2 Доксатическая модель

10  $\mathcal{M} = (W, \{\Pi_i\}_{i \in N}, \leq_i \in N, \mathfrak{s})$

- $W$  - множество ситуаций (возможных миров)
- $\Pi_i$  - разбиение  $W$
- $\leq_i$  - отношение на  $W$  (рефлексивное и транзитивное)
- $\mathfrak{s} : W \mapsto S$

11 *Belief*:  $B_i(E) = \{w \mid \text{Max}_{\leq_i}(\Pi_i(w)) \subseteq E\}$

**Пример 2** •  $B_a(R)$ , где  $R = \{w_2, w_4\}$

•  $B_b(U) \cap B_b(D)$

## 3 Вероятностная модель

12  $\mathcal{M} = (W, \{\Pi_i\}_{i \in N}, \{P_i\}_{i \in N})$ , где  $W$  - множество возможных миров,  $\Pi_i$  - разбиение  $W$ ,  $P_i : \mathcal{P}(W) \mapsto [0, 1]^4$ .

13  $p_i^w(E) = p_i(E \mid \Pi_i(w)) = \frac{P_i(E \cap \Pi_i(w))}{P_i(\Pi_i(w))}$

<sup>4</sup>  $\sum_{w' \in W} P_i(w') = 1$  и  $\forall w' \in W : P_i(\Pi(w)) > 0$ .

<sup>1</sup>НУГ «Формальная философия», проект «Динамический поворот в логической семантике» (2015–2016, 15-05-0005)

<sup>2</sup> Пусть  $\Pi_i(w)$  обозначает элемент разбиения, содержащий  $w$

<sup>3</sup> Пусть  $\mathfrak{s}_i(w)$  обозначает стратегию  $i$ -го игрока в профиле стратегий  $\mathfrak{s}(w)$

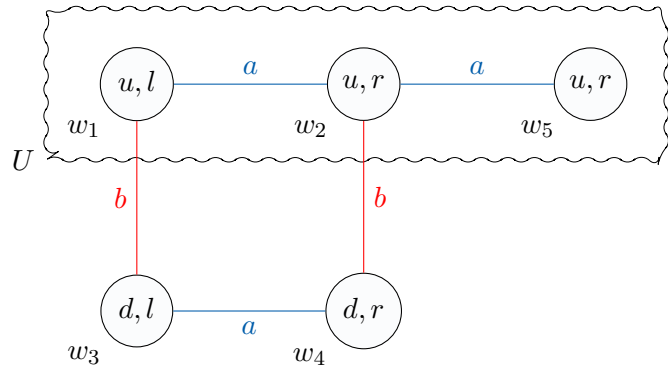


Рис. 2: "Эпистемическая модель-2"

14  $B_i^d(E) = \{w \mid p_i^w(E) = d\}$

#### 4 Некоторые понятия

15  $[s] := \{w \mid \mathfrak{s}(w) = s\}$

16  $EU_i^w(s_i) := \sum_{s'_i \in S_i} p_i^w([s_{-i}]) \cdot u_i(s_i, s'_i)$ , где  $s_i \in S_i$

17  $Rat_i := \{w \mid \forall s'_i \in S_i : EU_i^w(\mathfrak{s}_i(w)) \geq EU_i^w(s'_i)\}$

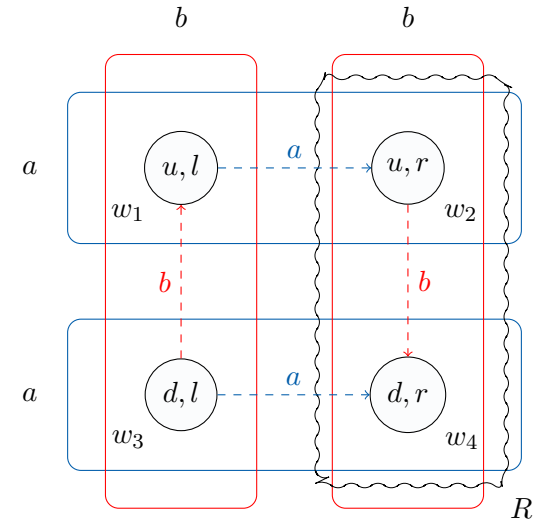


Рис. 3: "Доксатическая модель"

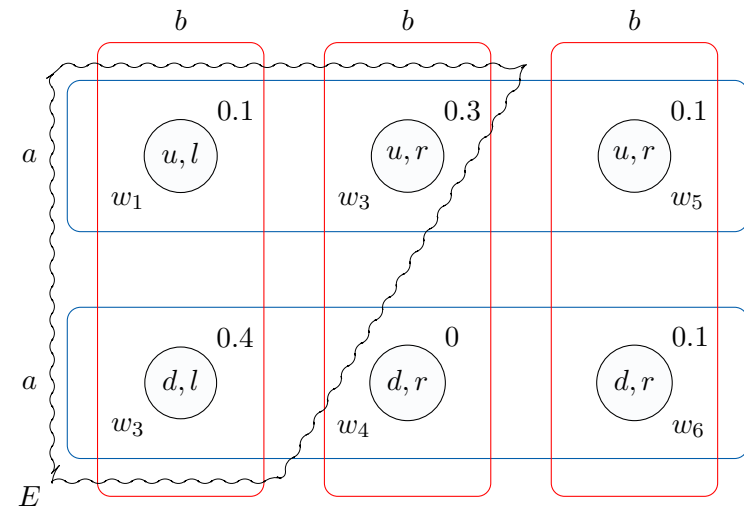


Рис. 4: "Вероятностная модель"