Формы группового знания, доксатическая логика[1]

1 Формы группового знания

1 ***"Все знают"***
$E_G\varphi = \bigwedge_{i\in G} K_i\varphi$

Пример 1 $E_{\{a,b\}}\varphi = K_a\varphi \wedge K_b\varphi$

2 $E^n_G := \underbrace{E_G ... E_G}_{n}$

Пример 2 $E^2_{\{a,b\}}\varphi = E_{\{a,b\}}E_{\{a,b\}}\varphi$
$= E_{\{a,b\}}(K_a\varphi \wedge K_b\varphi)$
$= K_aK_b\varphi \wedge K_bK_a\varphi \wedge K_aK_a\varphi \wedge K_bK_b\varphi$
$= K_a\varphi \wedge K_b\varphi \wedge K_aK_b\varphi \wedge K_bK_a\varphi$

3 ***"Общее знание"***
$C_G\varphi := \bigwedge_{i=0}^{\infty} E^n_G\varphi = \varphi \wedge E_G\varphi \wedge E^2_G\varphi \wedge E^3_G\varphi ...$

4 ***Дистрибутивное знание***
$\sim_{D_G} = \bigcap_{i\in G} \sim_i$
$M, w_i \vDash D_G\varphi$ *е.т.е.* $\forall w'(w_i \sim_{D_G} w' \to M, w' \vDash \varphi)$

Пример 3 $K_a\varphi \wedge K_b(\varphi \to \psi)$
$D_{\{a,b\}}\psi$

5 ***Некоторые свойства***
- $C_G(\varphi \to \psi) \to (C_G\varphi \to C_G\psi)$
- $C_G\varphi \to (\varphi \wedge E_GC_G\varphi)$
- $C_G(\varphi \to E_G\varphi) \to (\varphi \to C_G\varphi)$

Пример 4 *Формулы и модели*
1. $E_{\{a,b,c\}}\varphi \wedge \neg K_aK_b\varphi$
2. $E_{\{a,b\}}\varphi \wedge \neg E_{\{a,b\}}E_{\{a,b\}}\varphi$
3. $D_{\{a,b\}}\varphi \wedge \neg K_a\varphi \wedge \neg K_b\varphi$
4. $C_{\{a,b\}}\varphi \wedge \neg K_c\varphi$
5. $E^2_{\{a,b\}}\varphi \wedge \neg C_{\{a,b\}}\varphi$

[1] НУГ «Формальная философия», проект «Динамический поворот в логической семантике» (2015–2016, 15-05-0005)

2 Основные идеи доксатической логики

6 $B_i\varphi$ – *агент i полагает (считает/верит/думает), что φ*

7 *Некоторые свойства*
- $K_i\varphi \to B_i\varphi$
- $K_i\varphi \to \varphi$
- $B_i\varphi \to B_iB_i\varphi$
- $\neg B_i\varphi \to B_i\neg B_i\varphi$

8 *Модель доксатической логики*
$\mathcal{M} = (\mathcal{A}, W, \{\sim_i\}_{i\in\mathcal{A}}, \{\leq_i\}_{i\in\mathcal{A}}, V)$
- $\forall w'(w' \leq_i w')$
- $\forall w'\forall w''\forall w'''((w' \leq_i w'' \wedge w'' \leq_i w''') \to w' \leq_i w''')$
- $\forall w'\forall w''((w' \leq_i w'' \vee w'' \leq_i w') \to w' \sim_i w'')$
- $\forall w'\forall w''(w' \sim_i w'' \to (w' \leq_i w'' \vee w'' \leq_i w'))$

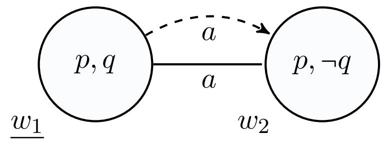

Рис. 1: Модель доксатической логики

9 *Некоторые определения*
- $[\varphi]_{\mathcal{M}} := \{w \in W \mid \mathcal{M}, w \vDash \varphi\}$
- $[w]_i := \{w' \in W \mid w \sim_i w'\}$
- $max_{\leq_i}(X) := \{w \in X \mid \forall w' \in X : w' \leq_i w\}$, *где* $X \subseteq W$

10 B_i
$\mathcal{M}, w \vDash B_i\varphi$ *е.т.е.* $\forall w' \in max_{\leq_i}([w]_i) : \mathcal{M}, w' \vDash \varphi$

11 *Условное убеждение* $\mathcal{M}, w \vDash B^{\psi}_i\varphi$ *е.т.е.* $\forall w' \in max_{\leq_i}([w]_i \cap [\psi]_{\mathcal{M}}) : \mathcal{M}, w' \vDash \varphi$

Пример 5 *Формулы и модели*
1. $B_a\varphi \wedge \neg\varphi$
2. $B_a\varphi \wedge \neg K_a\varphi$

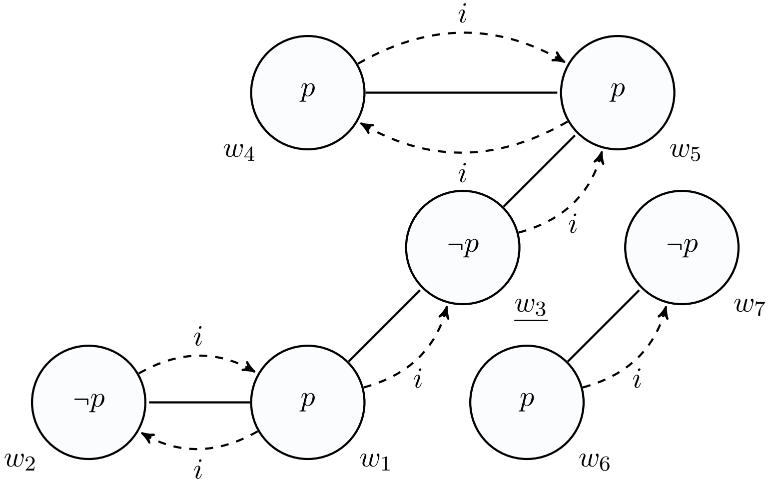

Рис. 2: Модель доксатической логики-2

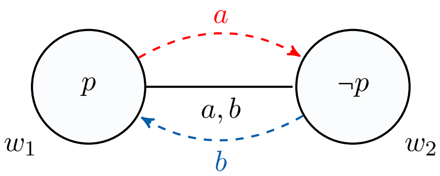

Рис. 3: "Конфликт мнений"

3. $B_a\varphi \wedge \neg K_b B_a\varphi$
4. $B_a\varphi \wedge B_b B_a\neg\varphi$
5. $\neg B_a^{\psi}\varphi \wedge B_a(\psi \to \varphi)$

12 *Связь условного убеждения с другими операторами*

- $B_i\varphi = B_i^T\varphi$, *где* T *- любая тавтология*
- $K_i\varphi = B_i^{\psi}\varphi$ *для любого* ψ

13 *"robust belief"*

$\mathcal{M}, w \vDash B_i^+\varphi$ *е.т.е.* $\forall w'(w \leq_i w' \to \mathcal{M}, w' \vDash \varphi)$

14 *"strong belief"*

$\mathcal{M}, w \vDash B_i^s\varphi$ *е.т.е.*

1) $\hat{K}_i\varphi$

2) $([w]_i \cap [\neg\varphi]_{\mathcal{M}}) \leq_i ([w]_i \cap [\varphi]_{\mathcal{M}})$, *где* $X \leq_i Y := \forall x \in X\ \forall y \in Y : x \leq_i y$

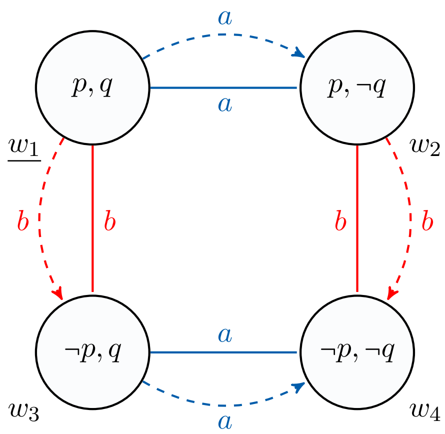

Рис. 4: "Знания/мнения a и b "

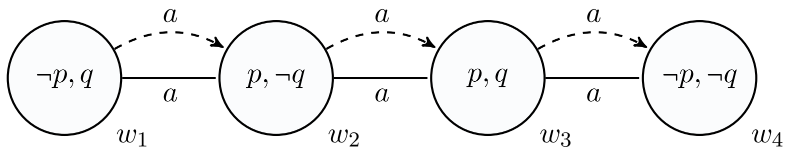

Рис. 5: $B_a\neg p \wedge B_a^q p$

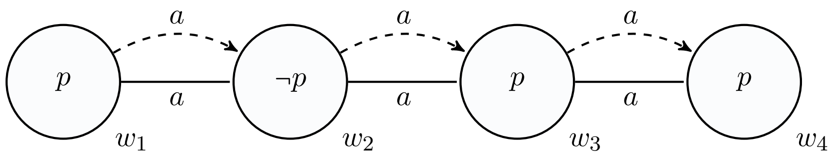

Рис. 6: $\mathcal{M}, w_3 \vDash B_a^+ p \wedge \neg B_a^s p$

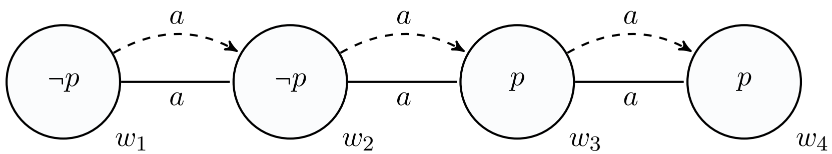

Рис. 7: $\mathcal{M}, w_1 \vDash \neg B_a^+ p \wedge B_a^s p$