Я знаю, что ты знаешь, что я знаю: интерактивная рациональность и байесовская прагматика *

Виталий Долгоруков

1 Он знает, что я знаю, что он знает

«Он сказал, что p; нет оснований считать, что он не соблюдает постулаты или по крайней мере принцип кооперации; он не мог сказать p, если бы он не считал, что q; он знает (и знает, что я знаю, что он знает), что я могу понять необходимость предположения о том, что он думает, что q; он хочет, чтобы я думал – или хотя бы готов позволить мне думать – что q: итак, он имплицировал, что q» [Грайс 1985, 227-228]

2 Модель Iterated Best Responce (IBR)

1) Franke 2009; Jäger 2013
2) Скалярные импликатуры
Я съел несколько конфет $\rightsquigarrow$ *Я съел не все конфеты*

2.1 Сигнальная игра

$G = \langle \{S, R\}, W, Pr, F, A, \mathcal{S}, \mathcal{R}, \rho, \sigma, U_S, U_R \rangle$, где
– $\{S, R\}$ - Говорящий и Слушающий
– $W = \{w_\forall, w_{\exists\neg\forall}\}$ - множество состояний (возможных миров)
– $A = \{a_\forall, a_{\exists\neg\forall}\}$[1] - множество действий (интерпретаций)
– $Pr \in \Delta(W)$[2] - распределение вероятностей над W
– $F = \{\varphi_{some}, \varphi_{all}\}$ - множество сообщений (форм)
– $\mathcal{S} = F^W$ - множество стратегий Говорящего
– $\mathcal{R} = A^F$ - множество стратегий Слушающего
– $U_S = U_R : W \times A \mapsto \mathbb{R}$ - платежная функция
– $\rho \in \Delta(A)^F$ - представление о поведении Слушающего
– $\sigma \in \Delta(F)^W$ - представление о поведении Говорящего
– $||\cdot||_W : F \mapsto \mathcal{P}(W)$, $||\cdot||_A : F \mapsto \mathcal{P}(A)$ - функции интерпретации

2.2 Семантическая компетентность

2.2.1 Принцип кооперации

Будем считать, что Говорящий и Слушающий соблюдают Принцип Кооперации.

$$U_S(w_i, a_j) = U_R(w_i, a_j) = \begin{cases} 1, \ if \ i = j \\ -1, \ else \end{cases} \tag{1}$$

$Pr(w)$	w	$U(w, a_\forall)$	$U(w, a_{\exists\neg\forall})$	$\|\|\varphi_{some}\|\|_W$	$\|\|\varphi_{all}\|\|_W$
$^1/_2$	$w_\forall$	$(1;1)$	$(-1;-1)$	✓	✓
$^1/_2$	$w_{\exists\neg\forall}$	$(-1;-1)$	$(1;1)$	✓	×

Таблица 1: Скалярные импликатуры

2.3 Оптимальные стратегии

2.3.1 Оптимальная стратегия для Говорящего

Ожидаемая полезность для Говорящего, который находясь в мире w, посылает сообщение φ (с учетом представления ρ):

$$EU_S(w, \varphi, \rho) = \sum_{a' \in A} \rho(\varphi, a') \times U_S(w, a') \tag{2}$$

Наилучший ответ для Говорящего в мире w (с учетом представления ρ), (то есть, то сообщение, отправка которого в мире w максимизирует ожидаемую

*«Динамический поворот в логической семантике» (Научный фонд НИУ ВШЭ, 15-05-0005, НУГ «Формальная философия»)

[1] В общем виде: $|A| = |W|$ и $\forall w_i \in W \ \exists a_j \in A \ i = j$

[2] $\Delta(X) = \{f : X \mapsto [0, 1] \mid \sum_{x \in X} f(x) = 1\}$.

полезность):

$$br_S(w,\rho) = \{\varphi \mid EU_S(w,\varphi,\rho) = \max_{\varphi' \in F} EU_S(w,\varphi',\rho)\} \tag{3}$$

Наилучший ответ Говорящего на его представление ρ:

$$BR_S(\rho) = \{s \in \mathcal{S} \mid \forall w : s(w) \in br_S(w,\rho)\} \tag{4}$$

То есть, та стратегия Говорящего, которая для любого возможного мира максимизирует ожидаемую полезность.

w	φ	$U_S(w,a)$ / $\rho(\varphi,a)$	$a_\forall$	$a_{\exists\neg\forall}$	$EU_S(w,\varphi,\rho)$
$w_\forall$	φ_{some}	$U_S(w_\forall,a)$	1	-1	0
		$\rho(\varphi_{some},a)$	$1/2$	$1/2$	
	φ_{all}	$U_S(w_\forall,a)$	1	-1	1
		$\rho(\varphi_{all},a)$	1	0	
$w_{\exists\neg\forall}$	φ_{some}	$U_S(w_{\exists\neg\forall},a)$	-1	1	0
		$\rho(\varphi_{some},a)$	$1/2$	$1/2$	
	φ_{all}	$U_S(w_{\exists\neg\forall},a)$	-1	1	-1
		$\rho(\varphi_{all},a)$	1	0	

Таблица 2: $EU_S(w,\varphi,\rho)$

2.3.2 Оптимальная стратегия для Слушающего

$$EU_R(\varphi,a,\sigma) = \sum_{w' \in W} \mu(w'|\varphi) \times U_R(w',a) \tag{5}$$

$$br_R(\varphi,\sigma) = \{a \mid EU_R(\varphi,a,\sigma) = \max_{a' \in A} EU_R(\varphi,a',\sigma)\} \tag{6}$$

$$BR_R(\sigma) = \{r \in R \mid \forall \varphi : r(\varphi) \in br_R(\varphi,\sigma)\} \tag{7}$$

2.4 IBR-последовательность

$$\mathcal{S}_0 = \{s \in \mathcal{S} \mid \forall w \in W : w \in \|s(w)\|_W\} \tag{8}$$

$$\mathcal{R}_0 = \{r \in \mathcal{R} \mid \forall \varphi \in F : r(\varphi) \in \|\varphi\|_A\} \tag{9}$$

$$\sigma_{k+1}(w,\varphi) = \frac{|\{s \in (S)_k \mid s(w) = \varphi\}|}{|(S)_k|} \tag{10}$$

$\mu(w|\varphi)$ представление Слушающего, получившего сигнал φ, о том, что этот сигнал был отправлен из состояния w. Это представления получается по формуле Байесовской вероятности из Pr и σ_k.

$$\mu_k(w|\varphi) = \frac{\sigma_k(\varphi,w) \times Pr(w)}{\sum_{w' \in W} \sigma_k(\varphi,w') \times Pr(w')} \tag{11}$$

$$\rho_{k+1}(\varphi,a) = \frac{|\{r \in (R)_k \mid r(\varphi) = a\}|}{|(R)_k|} \tag{12}$$

$$\mathcal{R}_k = BR_R(\mu_k) \tag{13}$$

$$\mathcal{S}_k = BR_S(\rho_k) \tag{14}$$

2.4.1 $\mathcal{R}_0 \mapsto \rho_1 \mapsto \mathcal{S}_1 \mapsto \sigma_2/\mu_2 \mapsto \mathcal{R}_2 \ldots$

$$\mathcal{R}_0 = \left\{ \begin{bmatrix} \varphi_{all} \mapsto a_\forall \\ \varphi_{some} \mapsto a_\forall \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \varphi_{all} \mapsto a_\forall \\ \varphi_{some} \mapsto a_{\exists\neg\forall} \end{bmatrix} \right\} \tag{15}$$

$\rho_1(\varphi,a)$	$a_\forall$	$a_{\exists\neg\forall}$
φ_{some}	$1/2$	$1/2$
φ_{all}	0	1

(16)

$$\mathcal{S}_1 = BR_S(\rho_1) = \left\{ \begin{bmatrix} w_\forall \mapsto \varphi_{all} \\ w_{\exists\neg\forall} \mapsto \varphi_{some} \end{bmatrix} \right\} \tag{17}$$

$\sigma_2(w,\varphi)$	φ_{all}	φ_{some}
$w_\forall$	1	0
$w_{\exists\neg\forall}$	0	1

$\mu_2(w\|\varphi)$	φ_{all}	φ_{some}
$w_\forall$	1	0
$w_{\exists\neg\forall}$	0	1

(18)

$$\mathcal{R}_2 = BR_R(\mu_2) = \left\{ \begin{bmatrix} \varphi_{all} \mapsto a_\forall \\ \varphi_{some} \mapsto a_{\exists\neg\forall} \end{bmatrix} \right\} \tag{19}$$

$\rho_3(\varphi,a)$	$a_\forall$	$a_{\exists\neg\forall}$
φ_{some}	0	1
φ_{all}	1	0

(20)

$$\mathcal{S}_3 = BR_S(\rho_3) = \left\{ \begin{bmatrix} w_\forall \mapsto \varphi_{all} \\ w_{\exists\neg\forall} \mapsto \varphi_{some} \end{bmatrix} \right\} \tag{21}$$

$\mathcal{S}_3 = \mathcal{S}_1$ – последовательность останавливается

2.4.2 $\mathcal{S}_0 \mapsto \sigma_1/\mu_1 \mapsto \mathcal{R}_1 \mapsto \rho_2 \mapsto \mathcal{S}_2 \dots$

$$\mathcal{S}_0 = \left\{ \begin{bmatrix} w_\forall \mapsto \varphi_{all} \\ w_{\exists\neg\forall} \mapsto \varphi_{some} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} w_\forall \mapsto \varphi_{some} \\ w_{\exists\neg\forall} \mapsto \varphi_{some} \end{bmatrix} \right\} \tag{22}$$

$\sigma_1(w,\varphi)$	φ_{all}	φ_{some}
$w_\forall$	$1/2$	$1/2$
$w_{\exists\neg\forall}$	0	1

$\mu_1(w\|\varphi)$	φ_{all}	φ_{some}
$w_\forall$	1	$1/3$
$w_{\exists\neg\forall}$	0	$2/3$

(23)

$$\mathcal{R}_1 = BR_R(\mu_0) = \left\{ \begin{bmatrix} \varphi_{all} \mapsto a_\forall \\ \varphi_{some} \mapsto a_{\exists\neg\forall} \end{bmatrix} \right\} \tag{24}$$

$\rho_2(\varphi,a)$	$a_\forall$	$a_{\exists\neg\forall}$
φ_{some}	0	1
φ_{all}	1	0

(25)

$$\mathcal{S}_2 = BR_S(\rho_2) = \left\{ \begin{bmatrix} w_\forall \mapsto \varphi_{all} \\ w_{\exists\neg\forall} \mapsto \varphi_{some} \end{bmatrix} \right\} \tag{26}$$

$\sigma_3(w,\varphi)$	φ_{all}	φ_{some}
$w_\forall$	1	0
$w_{\exists\neg\forall}$	0	1

$\mu_3(w\|\varphi)$	φ_{all}	φ_{some}
$w_\forall$	1	0
$w_{\exists\neg\forall}$	0	1

(27)

$$\mathcal{R}_3 = BR_R(\mu_2) = \left\{ \begin{bmatrix} \varphi_{all} \mapsto a_\forall \\ \varphi_{some} \mapsto a_{\exists\neg\forall} \end{bmatrix} \right\} \tag{28}$$

$\mathcal{R}_3 = \mathcal{R}_1$ – последовательность останавливается.

Таким образом, и Слушающий, и Говорящий приходят к выводу, что оптимальным вариантом поведения будет следующий профиль стратегий:

$$\left\langle \begin{bmatrix} w_\forall \mapsto \varphi_{all} \\ w_{\exists\neg\forall} \mapsto \varphi_{some} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \varphi_{all} \mapsto a_\forall \\ \varphi_{some} \mapsto a_{\exists\neg\forall} \end{bmatrix} \right\rangle \tag{29}$$

3 Модель Rational Speech Act (RSA)

Frank, Goodman 2012; Qing, Franke 2015

3.1 Эксперимент

Порождение: выбрать выражение (square, green, circle, blue)
Интерпретация: выбрать фигуру

	Property			
Referent	square	green	circle	blue
■	1	0.5	0	0
●	0	0.5	0.5	0
●	0	0	0.5	1

	Property				
Referent	square	green	circle	blue	N
■	0.94	0.06	0	0	144
●	0	0.44	0.56	0	144
●	0	0	0.17	0.83	144

Таблица 3: Результаты (Порождение)

3.2 Модель

$$EU_S(\textit{wish to refer to } r,\ \textit{choose } p; \textit{parameter} f) = P_{literal} + f(p) \tag{30}$$

$$P_{prod}(\textit{choose } p \mid \textit{wish to refer to } r; \textit{parameters } \lambda, f) = \frac{e^{\lambda \cdot EU_S(r,p;f)}}{\sum_{p'} e^{\lambda \cdot EU_S(r,p';f)}} \tag{31}$$

$$P_{comp}(\textit{choose } r \mid \textit{receive } p; \textit{parameters } \lambda, f) = \frac{P(r) \cdot P_{prod}(p|r;\lambda,f)}{\sum_{r'} P(r') \cdot P_{prod}(p|r';\lambda,f)} \tag{32}$$

$P(r)$ - степень «явности» объекта (определяется экспериментально)

3.2.1 Наилучшее совпадение

production: $\lambda = 4.13, x = -0.1$
comprehension: $\lambda = 3.46, x = -0.23$
$f(p) = x$ - для цвета

	Referent			
Property	■	●	●	N
none	0.3	0.12	0.58	240
green	0.36	0.64	0	180
circle	0	0.35	0.65	180

Таблица 4: Результаты (Понимание)

3.3 Скалярные импликатуры: RSA-модель

$$Pr_{R_0}(w|\varphi) = \begin{cases} \frac{1}{|\,\|\varphi\|_W\,|}, & if\ w \in \|\varphi\|_W \\ 0, & else \end{cases} \tag{33}$$

$$Pr_{S_1}(\varphi|w) = \frac{e^{\lambda \times ln(Pr_{R_0}(w|\varphi))}}{\sum\limits_{\varphi_i \in F} e^{\lambda \times ln(Pr_{R_0}(w|\varphi_i))}} \tag{34}$$

$$Pr_{R_1}(w|\varphi) = \frac{Pr_{S_1}(\varphi|w) \times Pr(w)}{\sum\limits_{w_i \in W} Pr_{S_1}(\varphi|w_i) \times Pr(w)} \tag{35}$$

Рис. 1: Pr_{R_0}

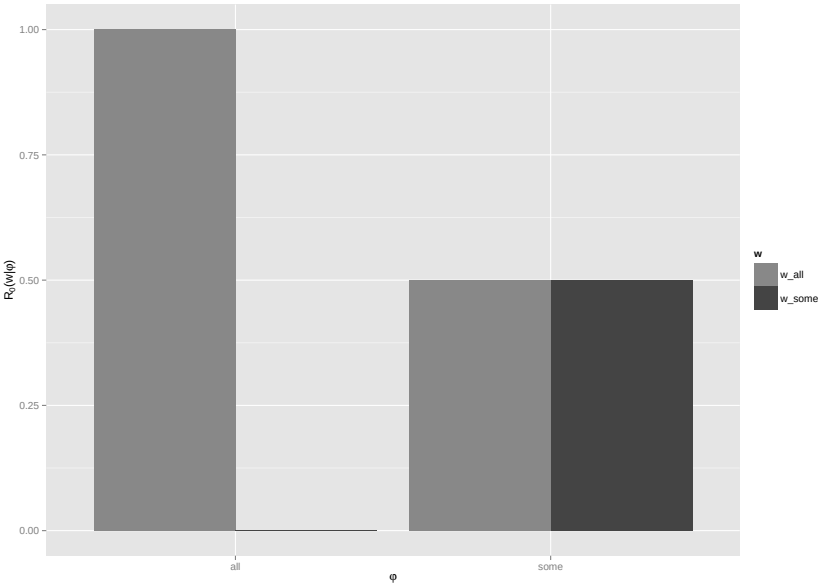

Рис. 2: $Pr_{R_1}, \lambda = 1$

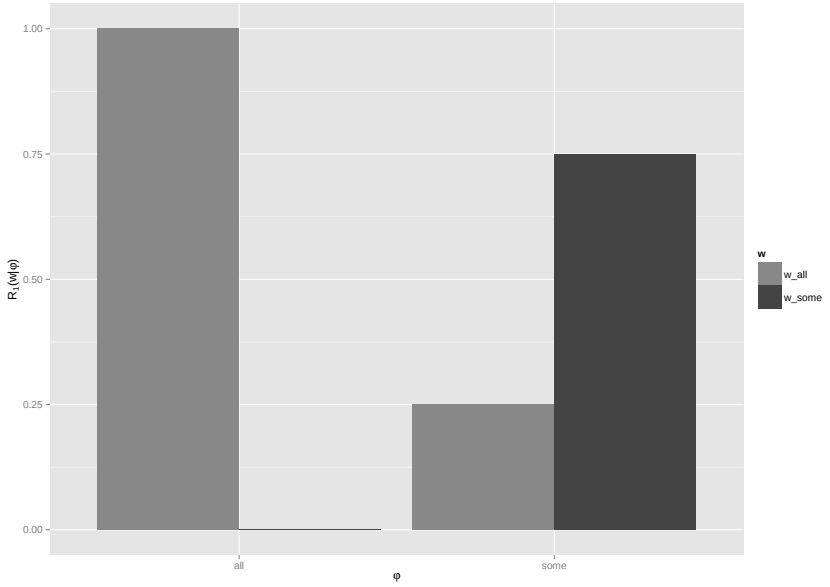

Рис. 3: $Pr_{R_1}, \lambda = 3$