

## СВОЙСТВО ANTI-ПРОСТОТЫ ЛОГИЧЕСКИХ ТЕОРИЙ

Предлагается анализ логико-семантических свойств систем релевантной логики, системы **FDE** и системы **ETL<sub>n</sub>**. Рассматривается связь свойства *анти-простоты* с паранепротиворечивыми и релевантными логиками.

Система **FDE** есть четырехзначная пропозициональная логика, в качестве значений которой выступает множество **{T, B, N, F}**. В качестве множества выделенных значений в логике **FDE** используется множество **{T, B}**, отношение логического следования между формулами языка логики **FDE** определяется через сохранность выделенного значения. Язык  $\mathcal{L}$ , который используется для исследования логики **FDE**, есть стандартно определяемый пропозициональный язык, алфавиту которого принадлежат только следующие символы:  $p_1, p_2, p_3 \dots$  (пропозициональные переменные языка  $\mathcal{L}$ ),  $\wedge, \vee$  (бинарные логические связки языка  $\mathcal{L}$ ),  $\neg$  (унарная логическая связка языка  $\mathcal{L}$ ), левая и правая круглые скобки. Определение  $\mathcal{L}$ -формулы является стандартным индуктивным определением формулы.

Множество формул языка  $\mathcal{L}$  называется *теорией*, если оно замкнуто относительно введения  $\wedge$  и отношения  $\vdash$ . Теория  $T$  называется *непротиворечивой*, если не существует такой формулы  $A$ , что  $A$  и  $\neg A \in T$ . Теория  $T$  называется *полной*, если для всякой формулы  $A$  верно, что  $A \in T$  или  $\neg A \in T$ . Теория  $T$  называется *простой*, если для любых формул  $A$  и  $B$  верно, что если  $A \vee B \in T$ , то  $A \in T$  или  $B \in T$ . Теория  $T$  называется *тривиальной*, если любая (правильно построенная) формула  $A \in T$ .

Отношение логического следования определяется через сохранность выделенного значения  $A \vDash B \Leftrightarrow \forall v (v(A) \in D \Rightarrow v(B) \in D)$ , где  $D$  - множество выделенных значений,  $v$  - функция оценки, приписывающая произвольной формуле в системе элемент из множества истинностных значений. Подробно аксиоматизация логики **FDE** изложена в [1].

Метод аксиоматизации логики **FDE** был предложен Данном в 2000 году, впоследствии этот метод стал универсальным и использовался многими логиками для построения других многозначных логических систем. Вопрос о построении аксиоматизации логики **FDE** с одним выделенным значением оставался открытым, до тех пор, пока в 2013 году не была опубликована статья [2], где У.Ривеччио и А.Питц предлагают натуральное исчисление, аксиоматизирующее так называемую логику **ETL**. Аксиоматизация У.Ривеччио и А.Питца не является стандартной в вышеописанном смысле. Этот факт является следствием того, что логика **ETL** лишена некоторых алгебраических свойств, которые Данн использовал для доказательства полноты в своем методе, поэтому проблема построения стандартной аксиоматизации **ETL** некоторое время казалась неразрешимой. В 2014 году мной была предложена стандартная аксиоматизация логики **ETL<sub>n</sub>**. Система **ETL<sub>n</sub>** получается из логики **FDE** за счет выбора в качестве множества выделенных значений множества **{T}** и за счет введения в язык константы  $n$ , такой, что  $\forall v (v(n) = N)$ .

Исследование логики  $ETL_n$  позволяет по-новому посмотреть на проблему вхождения противоречивых формул в состав логических теорий. Если мы посмотрим на систему  $FDE$ , то увидим, что формула вида  $(A \wedge \neg A) \vee (B \wedge \neg B)$  принадлежит теориям  $FDE$ , равно как и её дизъюнкты по отдельности (в силу свойства простоты), однако формулы вида  $(A \wedge \neg A)$  с необходимостью должны принимать значение **В**. Благодаря появлению свойства *анти-простоты* (если  $A \vee B \in T$ , то  $A \notin T$  и  $B \notin T$ ) формулы вида  $(A \wedge \neg A) \vee (B \wedge \neg B)$  принадлежат теориям логики  $ETL_n$ , а их дизъюнкты теориям принадлежать не могут. Однако в логике  $ETL_n$  в качестве исключения дизъюнкции используется *дизъюнктивный силлогизм*, что лишает  $ETL_n$  статуса релевантной логики, поскольку этот принцип влечет тривиализуемость теорий. В связи с этим вопрос о тривиальности теорий  $ETL_n$  не является до конца ясным.

Если проанализировать историю символической логики на предмет устранения противоречивой информации из системы знаний, то легко видеть, что существует как минимум два способа борьбы с тривиализуемостью: 1) использование многозначных логических систем (логика  $FDE$ , логика парадокса Приста), где для локализации противоречий вводились дополнительные «парадоксальные» значения; 2) построение паранепротиворечивых логических систем, где используются противоречивые и нетривиальные теории. Логика  $ETL_n$  интересна в том отношении, что её теории являются непротиворечивыми и нетривиальными (по крайней мере, на первый взгляд), а этот факт говорит о том, что свойство *анти-простоты* должно быть исследовано в рамках построения паранепротиворечивых логик.

Литература:

- [1] J.M. Dunn. Partiality and Its Dual. *Studia Logica*, Volume 66, Issue 1, October 2000.
- [2] A. Pietz, U. Rivieccio. Nothing but the Truth. *Journal of Philosophical Logic*, Volume 42, Issue 1, February 2013.
- [3] Ишмуратов А., Карпенко А., Попов В. О паранепротиворечивой логике // Синтаксические и семантические исследования неэкстенциональных логик. — Наука Москва, 1989.
- [4] G.Restall. Relevant And Substructural Logics // *ESSLLI* , August 2001