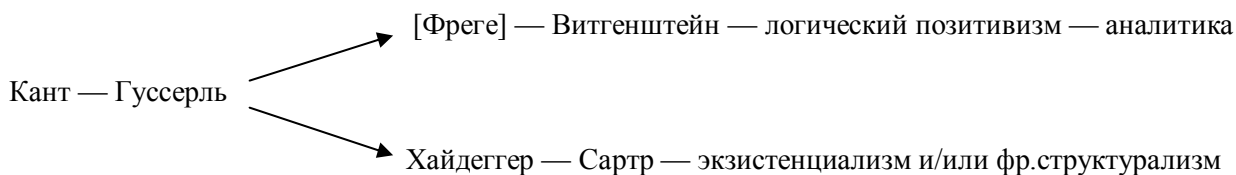


Аналитика vs. трансцендентальный прагматизм (на примере анализа математических абстракций)

1. Говоря о философии второй пол. XX — нач. XXI вв. многие исследователи выделяют в качестве решающего противопоставление (различение) аналитической (англосаксонской) и континентальной (феноменология?, экзистенциализм?) философии (resp. стилей философствования). Несмотря на культурологический (т.е. несколько поверхностный) характер этого различения, примем его в качестве рабочей схемы нашего исследования.

2. Конкретизируя и развивая гипотезу п.1. предложим следующий набросок концептуальной истории *современной парадигмы философии* (= периода развития философии примерно со второй пол. XIX в.): две линии от кантовского трансцендентализма.



0. Кант — Гуссерль

Линия 1: [Фреге] — Витгенштейн — логический позитивизм — аналитика

Линия 2: Хайдеггер — Сартр — экзистенциализм и/или фр.структурализм

3. Первым (методологическим) тезисом нашего доклада выступает следующее положение: одной из точек роста современной философии является *современный трансцендентализм* как определенный «возврат к Канту» (в духе его определения трансцендентальной философии из В25 *Критики*) и развитие вектора «Кант – Гуссерль» (подробнее см текст «Манифеста современного трансцендентализма» (<http://transcendental.ucoz.ru/forum/8-1-4880-16-1388668921> и/или др. посты из этой «ветви» форума) или «мой» текст из Wiki: http://ru.wikipedia.org/wiki/%D2%F0%E0%ED%F1%F6%E5%ED%E4%E5%ED%F2%E0%EB%FC%ED%E0%FF_%F4%E8%EB%EE%F1%EE%F4%E8%FF).

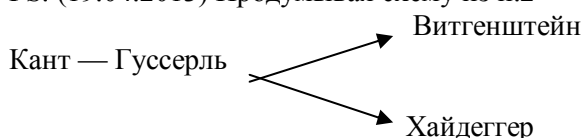
3.1. Эту линию можно назвать *трансцендентальным конструктивизмом* или *трансцендентальным прагматизмом*, поскольку в качестве *трансцендентальных условий* того или иного феномена (в свете «главного» кантовского вопроса «Как возможен этот феномен?») выявляются лежащие в его основании «действия чистого мышления [или сознания. — К.С.]» (*Критика*, В81; гл. «О трансцендентальной логике»).

3.1.1. Так понимаемый *трансцендентальный прагматизм* надо отличать от *трансцендентальной прагматики* (К.–О. Апель, Ю. Хабермас): трансцендентальное действие (Канта) — это, в каком-то смысле *ментальные* действия нашего сознания, а не «коммуникативные действия», или *прагматизм* в духе Пирса.

3.2. Если под *аналитической традицией* (в широком смысле) понимать логический *анализ*, то можно говорить о противопоставлении «общей» (формальной) и трансцендентальных логик (сформулируем этот пункт сверхкратко (как различение «общая логика vs. трансцендентальная логика», хотя он требует дальнейших разъяснений (в частности, относительно такого широкого понимания аналитики в духе Фреге)).

4. Основное содержание доклад будет посвящено сопоставлению двух типов анализа математических концептов (абстракций): логическому и трансцендентальному. См. фр. нашей статьи в приложении.

PS. (19.04.2013) Продумывая схему из п.2



написал одно небольшое замечание о «связке» Кант — Хайдеггер — Витгенштейн (которое, конечно, уводит в сторону от основной темы доклада, но может быть интересным; + требует своей развертки):

По сути дела, Кант своим введением математических объектов через дефиниции [В 755–60] специфицирует их в противовес *конкретным* (физическим) объектам в качестве *абстрактных*, т.е. получаемых посредством *принципа абстракции Юма* — Фреге (см. его формулировку выше). На сходство принципа абстракции с [кантовской] дефиницией указывает то, что мы можем записать его в форме (квази)определения: для любых $(\alpha)(\beta)((\Sigma(\alpha)=\Sigma(\beta)) [Dfd] =_{df} (\alpha \approx \beta) [dfn])$; и даже в виде стандартного определения $\Sigma(\alpha/\beta) =_{df} (\alpha \approx \beta)$, правда с потерей части информации о том, как этот объект конструируется. Тем самым принцип абстракции Юма – Фреге представляет собой некоторый модус кантовской дефиниции (и поэтому может быть назван принципом абстракции Юма – Канта – Фреге), в котором эксплицируется *способ* конструирования (генезиса) абстрактного объекта и информация о чем является определяющей при осуществлении [кантовского схематического] конструирования понятия. Так, если снова обратиться к кантовской дефиниции *окружности*, то она представляет собой метаобъект — *линию*, составленную из объектов более низкого уровня — *точек*, равноудаленных от центра, где *признак* «равноудаленности от центра» является *основанием* или дефиниенсом (в формуле: $\alpha \approx \beta$) для порождения этой [новой] абстракции (resp. нового дефиниендума *Dfd* окружности; в формуле: $\Sigma(\alpha)$).

Однако в принципе абстракции не прояснены два важных момента, а именно: механизм образования вводимой новой абстракции, т.е. вопрос о том, что (= какое действие?) скрывается за выражением « $\alpha \approx \beta$ » (ср. теорией абстрагирования Гуссерля, которая также решает эту проблему), и вопрос об эпистемологической специфике получаемых таким образом математических понятий. Ответы на эти вопросы дает [кантовский] трансцендентализм, направленный на анализ сознательных «механизмов», лежащих в основе того такого вида нашего представления как абстракция. Можно сказать, что в отличие от преобладающего в настоящее время *логико-формального* подхода к анализу математики, Кант развивает *прагматический* подход, направленный на выявление специфику математики как человеческой деятельности, «математики с человеческим лицом».

Кантовский подход к пониманию математических абстракций существенно отличается от стандартных теорий абстрагирования, в том числе и от «эйдетической интуиции» Гуссерля, основанной на процедуре варьирования. Точнее, варьирование у Канта тоже присутствует в качестве одной из основных операций, но (и в этом состоит первая кантовская новация) это варьирование принципиально другого типа.

Математические предметы, вводимые посредством кантовской дефиниции представляют особый тип предметов, отличный от стандартных абстракций [естественных наук], которые, судя по всему, получены отвлечением (абстрагированием) от тех или иных характеристик конкретных объектов (Аристотель), или посредством эйдетической интуиции (Гуссерль), или путем кодирования того или иного свойства (Э. Залта). В общем, любое понятие, по Канту, представляет собой *синтез*, объединение в своем составе многих сходных предметов (по той или иной его характеристике) и *обобщение* этого сходства именно в данном *понятии*. Специфика же математики (по Канту) состоит в том, что ее «чистые чувственные понятия», каковыми являются математические абстракции, представляют собой *обобщения по сходству действия* (resp. отношения). В общем случае *первичным* математическим действием, обозначаемое символом \approx в формальной записи, является отношение типа равенства («равно», «тождественно», «изоморфно», «конгруэнтно» и т.д.), в основе которого лежит *операция сравнения*. Соответственно, в случае с фрегевским «*направлением*» таковым является *действие по проверке* (или обнаружению) *параллельности* прямых, а в случае с кантовской *окружностью* — *действие по проверке* (обнаружению) *равноудаленности* точек от центра. Кант определяет такие [математические] понятия как *схемы*. Вот что он пишет по этому поводу: «*Так, если я полагаю пять точек одну за другой... то это образ числа пять. Если же я мыслю только число вообще, безразлично, будет ли это пять или сто, то такое мышление есть скорее представление о методе (каким представляют в одном образе множество, например тысячу) сообразно некоторому понятию, чем сам этот образ, который в последнем случае, когда я мыслю тысячу, вряд ли могу обзреть и сравнить с понятием. Это представление об общем*

способе [т.е. алгоритме построения. — К.С.]... я называю схемой этого понятия»². При этом в полученной абстракции/схеме это действие как бы «угасает», перемещается с поверхностного (Dfd) на глубинный (Dfn) уровень³, однако для человека, который не только читает математическую символику, но и практикует математическую деятельность, за этой символикой угадывается образующее его математическое действие. Например, в [натуральном] числе — это сумма его единиц или произведение его множителей и т.д.

Основанием для этой революционной новации Канта в понимании абстракции является его трансцендентализм, одним из основных предпосылок которого является выделение в составе нашей познавательной способности двух «основных стволов познания»: чувственности и рассудка, принципиально не сводимых друг к другу. В данном случае это означает, что за любым результатом познания, каковым и является рассудочное понятие, мы должны искать некоторое (ментальное) «действие», возможно уже относящееся к чувственности (воображению), как его трансцендентальное условие или основание. И поэтому абстракция является не операцией по отвлечению от некоторых признаков исходного понятия с целью получения более абстрактного понятия, схожей по своему действию с операцией логического обобщения (принцип абстракции Юма – Фреге), и не эйдетической интуицией Гуссерля⁴, а некоторым пред-рассудочным [ментальным] *действием*⁵, связанным с построением созерцательного аналога пред-понятия — кантовской *схемы*. Так, в основе (образования) математической абстракции *окружности* (которые, как мы вслед за Галилеем помним, в «природе не встречаются») лежит некоторое действие по равноудаленному расположению точек от центра окружности. Тем самым Кант вместо *логического подхода* к анализу математики (в том числе, и к образованию математических абстракций), характерного для современных — логизированных — программ обоснования математики (логицизма, формализма, конструктивизма и даже структурализма; интуиционизм в этот список не входит!) предлагает (в рамках своего трансцендентализма) *трансцендентально-прагматический* подход, суть которого выражается следующей максимой: за каждым рассудочным концептом ищи соответствующее, т.е. обосновывающее ее, [ментальное] действие. Соответственно, правомерность вводимых математических абстрактов обосновывается Кантом не посредством *аксиоматического метода* (хотя о нем Кант, применительно к математике, также говорит), за счет чего неявно задаются свойства абстрактного объекта, а посредством поиска лежащих в основании той или иной абстракции «[ментальных] действий» по ее построению: характеристики и область применения той или иной абстракции обуславливаются *возможными действиями* с той или иной абстракцией и/или запретом тех [математических] действий, которые невозможны, т.е. несовместимы дефиницией абстракции. [И здесь опять можно указать на сходство кантовской мысли с античным (нео)платонизмом, с подходом к обоснованию математики неоплатоника Прокла, который впервые поставил и рассмотрел вопрос об особом статусе математических объектов, неприменимости к ним физических действий и необходимостью постулировать для «работы» с ними особые «фантазийные» действия: например, геометрическая точка не может двигаться обычным физическим образом и для нее необходимо постулировать особый механизм движения путем истечения⁶.]

Обратим внимание на то, что по своей прагматической направленности трансцендентализм Канта схож с программой *эрлагенского конструктивизма* (как одной из программ обоснования математики; П. Лоренцен⁷ и др.), но его принципиальное отличие в статусе «действий»: это не какое-то физическое действие

² Там же, с. 158.

³ Ср. с различием «поверхностная vs. глубинная информация» Хинтикки [Хинтикка Я. Поверхностная информация и глубинная информация //Его же Логико-эпистемологические исследования. М., Прогресс, 1980. с.182 – 228].

⁴ Заметим, что Кант отвергает любые типы интеллектуальной интуиции и оставляет только чувственную интуицию, хотя гуссерлевская процедура («действие») варьирования вполне вписывается в кантовский *трансцендентальный прагматизм*.

⁵ Рассудок, по Канту, «работает» с уже готовыми понятиями и суждениями.

⁶ См.: Гайденко П.П. История греческой философии в ее связи с наукой. М.: ПЕР СЭ, 2000. с.154.

⁷ Lorenzen P. Konstruktive Wissenschaftstheorie. Frankfurt, 1974.

(«конструкция»), обосновывающее то или иное математическое понятие, например соотношение «прямой» с лучом света, а некий ментальный способ процедурной развертки декларативного понятия под именем схем. При этом можно показать, что кантовский трансцендентализм лежит в основе известных программ обоснования математики XX в.: формализма (формальное задание объектов), конструктивизма и интуиционизма (опора на чувственные созерцания), — хотя концептуально наиболее близок математическому интуиционизму⁸. Хотя, как мы покажем ниже, трансцендентализм отличается от интуиционизма в одном важном отношении, поскольку по своему онтологическому статусу трансцендентальное отличается не только от эмпирически-объективного (трансцендентного), но и от субъективно-ментального (имманентного).

Следующей новацией Канта, выступающей продолжением и следствием первой, и проявлением его трансцендентально-прагматического подхода является его трактовка математики в качестве «познания посредством конструирования понятий»⁹.

Важнейшей в этой связи выступает гл. «Об основании различения всех предметов вообще на *phaenomena* и *noumena*»¹⁰ Критики [особенно, фр. В 298 – 300 и далее], где в концентрированном виде излагается суть как трансцендентализма в целом, так и кантовская позиция относительно «семантики» математического способа познания. Здесь Кант подчеркивает, что без предмета (*resp.* эмпирического созерцания) понятия, в том числе и «чистые чувственные» понятия математики, «не имеют никакого смысла (объективной значимости) и совершенно лишены содержания» [В 298], поскольку они «суть лишь игра воображения или рассудка своими представлениями» [там же]. И потому «необходимо сделать чувственным всякое абстрактное понятие (выделено мной. — К.С.), т.е. показать соответствующий ему объект в созерцании, так как без этого понятие... было бы бессмысленным, т.е. лишенным значения» [В 299]. И далее Кант продолжает: «... математика выполняет это требование, конструируя фигуру, которое есть явление, принадлежащее нашим чувствам, хотя и созданное *a priori*» [В 299; ср. с фр. В 741 ниже].

....

Тем самым математика полагается Кантом в качестве сложного двухуровневого (и двухкомпонентного) способа познания. Она начинается с создания посредством дефиниций «чистых чувственных понятий», которые как представления рассудка отличаются и от эмпирических понятий теоретического естествознания, и от чистых рассудочных понятий метафизики. Их сущностная специфика состоит в том, что они образованы посредством «произвольного [свободного] синтеза [нашего ума]»¹¹, т.е. содержат в себе некоторое математическое [ментальное] действие. Далее, при конструировании понятий осуществляется спуск на уровень (квази)чувственности (или воображения; уровень «глубинной информации») и соотношение понятия с общезначимым созерцанием — схемой. Здесь, как бы при обратном прочтении (слева – направо) принципа абстракции, происходит декодирование понятия: оно представляется как набор объектов более низкого уровня, находящихся в некоторой [пространственно-временной] среде и связанных между собой отношением типа «равенства». При этом возможно, что процесс спуска/декодирования будет осуществляться несколько раз (в зависимости от уровня абстрактности понятия и поставленной задачи¹²). Причем именно здесь и совершается творческая математическая деятельность соответствующего типа: геометрические построения, алгебраические вычисления или логико-математические доказательства, каждая из которых, в свою очередь, представляет некоторую совокупность допустимых в этой среде локальных действий-операций (типа проведения прямых, деление чисел или

⁸ Катречко С.Л. Кантовы основания программ обоснования математики //Философия математики: актуальные проблемы. Материалы Международной научной конференции 15 – 16 июня 2007. М.: изд. Савин С.А., 2007, с. 69 – 72.

⁹ Там же, с. 528.

¹⁰ Там же, с. 234 – 248.

¹¹ Там же, 538 [В757]; вставки в квадратных скобках мои; — К.С. Ср. с гуссерлевским варьированием!

¹² Соответственно, и конкретизирующие эти абстракции «спуски» также будут многоуровневыми, причем промежуточные «спуски» будут спусками на уровень не чувственности (воображения), а предшествующий рассудочный уровень: см. фр. [А 109]. Однако в конечном итоге необходимо «сделать чувственным всякое абстрактное понятие» [В 298], т.е. осуществить «спуск» на уровень чувственного созерцания, т.е. к единичному ментальному образу или к геометрическому чертежу.

применение правила *modus ponens* в логическом выводе). Можно сказать, что на этом этапе задействуется пространственная и/или временная чувственная *интуиция*. За счет этого происходит выход за пределы первоначального понятия и [синтетическое] приращение знаний, поскольку любое [динамическое] *действие* (в отличие от статичных понятий и созерцаний) представляет собой *синтез* по крайней мере двух представлений¹³. А результат этого синтеза путем обратного возврата (*подъема*) на рассудочный (понятийный) уровень фиксируется как формальный результат построения, вычисления или доказанной теоремы. Схематически математическую деятельность, по Канту, можно представить так:



Обратим еще раз внимание на важное различие кантовской прагматико-конструктивной концепции и современного логизированного подхода к пониманию математики. На приведенной схеме мы различили собственно математическую деятельность (т.е. реальный процесс математического построения, вычисления или доказательства) как «действие» в созерцательных средах (пространства и времени) в нижней части схемы и ее *логическое оформление*, которое может быть представлено в верхнем блоке схемы как формально-логический переход от понятия (формулы) А к понятию (формуле) В, причем первое нельзя полностью свести ко второму¹⁴. Заметим также, что кантовское *конструирование понятий* как отсылка к выполнению некоторых (допустимых!) действий над математическими предметами, в ходе которых они могут преобразовываться согласно математическим правилам привлекательно и в следующем отношении. Спектр логических действий с *понятиями* ограничен: они могут изменяться лишь *логически* в небольшом диапазоне (разделение, пересечение и объединение понятий), а кантовский «спуск» на уровень созерцаний (как процедура «конструирования» понятий) позволяет расширить спектр возможных действий или преобразований с уже математическими предметами: например, поделить треугольник пополам или провести через одну из его вершин прямую, — а также соотносить его с другими предметами-созерцаниями или разложить исходный предмет на свои составные части.

¹³ Трансцендентальный прагматизм проясняет тезис Канта о синтетическом характере математических суждений. Структурно любое действие может быть представлено как пара представлений «начальное состояние — конечное состояние». Поэтому любое действие синтетично. В частности, синтетично суждение « $5 + 7 = 12$ » как результат операции сложения двух чисел. Его синтетичность связана именно с действием сложения, которое объединяет в единое целое (сумму) члены сложения: «действие» [сложение] и придает сумме синтетический характер. Поэтому нельзя, как это делает Фреге (см. его «Основоположения арифметики») трактовать запись « $5 + 7 = 12$ » лишь как формальное равенство [рассудка], поскольку за ним скрыто реальное [ментальное] действие по конструированию понятия, или сложение, которое происходит на уровне [чувственного] созерцания как объединение единиц, содержащихся в 5 и 7. В этом смысле математический знак « $=$ » означает не равенство левой и правой части формулы, а переход (= действие сложения) от левой части математического выражения к ее правой части (как результата этого действия). На приведенной ниже схеме переход от понятия А к понятию В является аналитическим на «поверхностном» (логическом) уровне, но является синтетическим на «глубинном» уровне математических действий.

¹⁴ Ср. с предшествующей сноской: «При этом, вслед за И. Лакатосом («Доказательства и опровержения»), имеет смысл различать собственно *доказательство* [как набор математических действий] и его *логическое оформление*, которое есть последовательность шагов, каждый из которых представляет собой или аксиому, или получен из предшествующих по одному из правил вывода (определение логического вывода по Гильберту). Однако первое нельзя полностью сводить ко второму, поскольку задачей логического «образа» доказательства является не непосредственное моделирование собственно математической деятельности (resp. реального процесса доказательства), а лишь обеспечение логической *правильности* его осуществления. Поэтому следует различать *структуру* реального процесса [математического] доказательства и его логическое оформление в некотором формальном метаязыке».